Clase virtual Nº 6

¿Qué matemática debe aprender un maestro en la capacitación y cómo la aprende?

Autores: Graciela Chemello, Mónica Agrasar, Silvia Chara y Analía Grippa – Equipo Áreas Curriculares del Ministerio de Educación

Puntos de partida

Tal como comentamos en la presentación de este módulo, en esta clase recuperaremos lo abordado en las clases anteriores centrándonos en cómo resignificar los conocimientos matemáticos de los maestros en el marco de la capacitación. Para ello, tomaremos como puntos de partida algunas reflexiones acerca de lo que ha sucedido y sucede actualmente en esas instancias, atendiendo especialmente al lugar y las características del trabajo disciplinar específico propuesto.

Cuando al abrir un espacio de capacitación preguntamos a los docentes qué esperan encontrar en él, las demandas más frecuentes giran alrededor de "herramientas para enseñar"; "cómo motivar a los alumnos"; "cómo planificar"; "cómo evaluar", y en algunas ocasiones surgen pedidos referidos a la enseñanza de un tema particular o al tratamiento de determinados errores o dificultades.

Las primeras demandas atraviesan las diferentes disciplinas escolares, y en algún sentido no toman en cuenta que el "cómo enseñar" está condicionado por el "qué enseñar"; en nuestro caso, el conocimiento matemático. Esta naturalización también se evidencia en el hecho de que los docentes muy pocas veces plantean que esperan aprender o profundizar conocimientos matemáticos.

Para adentrarnos en la cuestión que nos ocupa, pensamos que un recorrido muy sucinto, sin pretensión de exhaustividad, sobre las características de las acciones de capacitación desarrolladas en nuestro país, muy similares a las que se dieron en otros, puede resultar oportuno.

Si nos remontamos a la capacitación docente en los años setenta, gran parte de las acciones del área se centraban en una transmisión de saberes disciplinares, tal vez, bajo la hipótesis de que quien domina la disciplina y además tiene "condiciones personales" la puede enseñar sin inconvenientes. En esos años se trataba, por ejemplo, de transmitir nociones de teoría de conjuntos.

Recomendación de lectura

Estos modelos de capacitación pueden vincularse en algún sentido con los enfoques didácticos descritos por Joseph Gascón (1998) en su artículo "Evolución de la Didáctica de la Matemática como disciplina científica", publicado originalmente en *Recherches en didactique des mathématiques*, de La Pensée Sauvage-Editions.

Puede encontrarse una traducción en línea en: http://servidor-opsu.tach.ula.ve/profeso/guerr_o/didmat_web/referencias/1.%20perspectiva/gascon_evoluciondidac.pdf.

Posteriormente, cobraron presencia aspectos pedagógicos y didácticos generales ligados a la corriente de la escuela nueva, lo que derivó la atención hacia cuestiones tales como "la enseñanza personalizada", "las estrategias para enseñar a resolver problemas", "las etapas piagetianas en el desarrollo del pensamiento", entre otras, que fueron abordadas sin tener en cuenta la especificidad del contenido que había que enseñar, ni la complejidad de la tarea docente diaria. También surgieron propuestas orientadas al uso de recursos para la enseñanza de contenidos del área, como los ábacos, las regletas, los geoplanos.

En esos tiempos, las acciones de capacitación estuvieron a cargo de profesores de ISFD, de supervisores, de profesores de universidades, que no contaban con conocimientos acerca de la capacitación, pues tales conocimientos no existían o estaban en un estado de producción incipiente. Estas capacitaciones se desarrollaban entonces a partir de criterios relativos a la propia experiencia de los capacitadores, enriquecida a veces con los intercambios de experiencias de otros colegas.

Hoy día, el campo de la capacitación docente del área ha comenzado a constituirse y ya se cuenta con material bibliográfico de referencia. En dicho campo existen acuerdos respecto de la necesidad de profundizar conocimientos acerca de la didáctica específica y de la práctica docente. Sin embargo, no resulta tan claro cuál ha de ser la formación en lo que refiere a los conocimientos disciplinares específicos. Por ello, nos parece importante detenernos en las siguientes preguntas:

• *¿Es necesario que los maestros aprendan matemática en los espacios de capacitación?*

Si fuera así,

• *¿Qué formación matemática es necesario desarrollar en la capacitación?*

• *¿Qué situaciones de capacitación serían adecuadas para promover la formación matemática de los maestros?*

Cada una de estas preguntas será discutida a continuación.

¿Es necesario que los maestros aprendan matemática en los espacios de capacitación?

Numerosos trabajos sobre la enseñanza de la matemática a nivel primario dan cuenta de importantes desajustes entre los objetivos de los formadores y las prácticas posteriores de los maestros. Entre los diversos factores que pueden originarlos, se destaca la necesidad de profundizar la formación en el vínculo entre la teoría y las prácticas cotidianas (Robert y Pouyanne, 2005).

En lo que a la formación matemática respecta, sabemos que los docentes egresan de los IFD habiendo pasado por enseñanzas diferentes, no solo por los temas matemáticos seleccionados sino también, y fundamentalmente, por el tipo de actividades realizadas a propósito de esos temas. El recorrido que realiza un alumno respecto de un conocimiento es constitutivo de ese conocimiento y del campo al que pertenece; las actividades realizadas configuran ideas, concepciones de la matemática diferentes, lo que a su vez conlleva distintas concepciones de enseñanza. Debemos tener en cuenta que, cuando un docente enseña un contenido, pone en juego sus concepciones, sus ideas acerca de la matemática, de cómo se aprende y de cómo se enseña, muchas veces sin pretenderlo, de modo implícito.

Además, las vivencias acerca de la matemática por las que pasó el maestro en la escuela primaria y en la secundaria suelen dejar una fuerte impronta, que muchas veces persiste más allá de las experiencias vividas durante sus estudios superiores. Frecuentemente, al comenzar su práctica profesional, y ante la desestabilización que produce ese contexto, inseguro y cambiante, los maestros pueden dejar de lado lo que estudiaron en los institutos, para "enseñar como les enseñaron" durante sus trayectorias escolares anteriores.

Por otra parte, también ante dificultades inherentes a la tarea de enseñar y con las mejores intenciones de que sus alumnos aprendan, muchos maestros se refugian en estrategias enmarcadas en lo que Peltier-Barbier (s/f) denomina *pedagogía del éxito inmediato*, y desestiman propuestas que promueven aprendizajes con sentido, que requieren de un tratamiento a largo plazo.

Esta autora denomina *pedagogía del éxito inmediato* a un conjunto de estrategias destinadas al éxito de los alumnos (cueste lo que cueste) en las tareas que se les propone, para que tengan confianza en sí mismos, se valoricen, se tranquilicen, tranquilicen a sus familias y, seguramente, también al docente. Dichas estrategias consisten en proponer actividades simples, aisladas, repetitivas.

Esas estrategias son similares a las usadas en algunas prácticas de evaluación y que derivan en lo que Ruiz Higueras (1998) denomina *restricción de evaluabilidad de un objeto de enseñanza*. Este fenómeno refiere al modo en que se restringe en la enseñanza el significado de una noción a fin de que los alumnos puedan poner de manifiesto competencias "evaluables" apenas iniciado el trabajo con dicho objeto. Tal restricción se ve satisfecha, por ejemplo, en la propuesta de ejercicios fácilmente algoritmizables y, en consecuencia, evaluables. En la clase 4 también nos referimos al modo en que la evaluación condiciona las prácticas docentes.

Algo similar sucede con la urgencia –impuesta por los directivos o imaginada por los maestros– por cumplir con las planificaciones, lo que lleva a privilegiar un trabajo sobre el tema que se está desarrollando con poca profundización y sin articulación con conocimientos "antiguos" que contribuyan a la construcción de sentido de las nociones abordadas y a la estructuración del tema en el campo. En estas situaciones, es frecuente que el maestro proponga también actividades algorítmicas y aisladas.

En esas propuestas subyace una concepción de matemática acabada, asociada a un conjunto de reglas y técnicas, por lo que la enseñanza se limita a la trasmisión de esas reglas y técnicas sin fundamentarlas en clase. Estas ideas no se encuadran en las perspectivas consensuadas actualmente, como dijimos en las clases anteriores.

En la clase 3, señalamos que hoy día adherimos a una concepción de matemática que focaliza la mirada no solo en sus resultados, sino también en sus formas de producción, es decir, en las diferentes prácticas que un matemático realiza como parte de su trabajo. Desde ese modo de entender la matemática, sostenemos que su aprendizaje se vincula con el desarrollo de prácticas de este tipo, lo que permitirá que los alumnos otorguen sentido a los conocimientos, que los conceptualicen, que los utilicen apropiadamente y los organicen, es decir, que produzcan matemática. Con relación a ello, Chevallard, Gascón y Bosch (1997) señalan que si bien en un sentido estricto el trabajo matemático de creación se presenta como una actividad reservada a los investigadores en matemáticas, no es exclusivo de este ámbito.

> "Ahora bien, en un sentido más amplio, puede decirse que todo aquel que hace matemáticas participa *de alguna manera* en un trabajo de 'creador'. En efecto, *el que utiliza matemáticas* conocidas para resolver un problema matemático clásico muy a menudo tendrá que *modificar ligeramente* el modelo matemático para adaptarlo a las peculiaridades de su problema, lo cual comporta además la posibilidad de enunciar y abordar problemas nuevos.
>
> Análogamente, *el que enseña matemáticas* se ve llevado a reformular los conocimientos matemáticos que enseña en función de los tipos de problemas que sus alumnos deben aprender a resolver.
>
> Por último, y aunque parezca sorprendente, también podemos decir que *el que aprende matemáticas* 'crea' matemáticas nuevas. Basta en efecto con relativizar el adjetivo 'nuevas': los alumnos no crearán conocimientos nuevos para la humanidad, pero sí podrán crear matemáticas *nuevas para ellos* en cuanto grupo de alumnos. Cuando un alumno demuestra que la suma de dos números naturales impares consecutivos es un múltiplo de 4, acaba de establecer un pequeño teorema nuevo, para él."
>
> Chevallard, Gascón y Bosch, 1997.

Para acompañar la lectura

Para profundizar, se sugiere la lectura de la unidad 1 del libro *Estudiar Matemática*, de Chevallard, Gascón y Bosch, publicado por Horsori en Barcelona, en 1997.

Por ello, pensamos que en los espacios de capacitación los maestros deberían tener experiencias de producción matemática que contribuyan, en principio, a reflexionar, afianzar o modificar sus ideas iniciales acerca de esta disciplina en el sentido propuesto. Esto es necesario para que puedan gestionar en el aula una actividad de producción matemática por parte de sus alumnos, es decir, lograr "hacer hacer matemática a sus alumnos".

¿Qué formación matemática resultaría adecuada en la capacitación?

Abordar la formación matemática que debe tener un maestro implica preguntarse: ¿qué saberes matemáticos son necesarios para su ejercicio profesional hoy día?

Las características de ese ejercicio han variado a lo largo del tiempo: el "modelo nuevo para el docente, el de 'profesional', que detenta competencias multiformes, a la vez generales y específicas de la disciplina podría responder a la complejidad creciente del *metier* del docente" (Bailleul, 2006). En coincidencia con este autor, pensamos que esta complejidad es creciente desde diferentes puntos de vista:

- **El contexto institucional evoluciona**: La obligatoriedad actual del Tercer Ciclo de la EGB y de la escuela secundaria modifica una de las finalidades de la escuela primaria, en lo que respecta a la terminalidad.
- **El contexto social cambia**: La incorporación de una mayor cantidad de alumnos requiere de nuevas formas de enseñanza que, desde una perspectiva de inclusión, promuevan aprendizajes de calidad.
- **El contexto matemático se transforma**: Nuevas producciones matemáticas y tecnológicas modifican la elección de los objetos de enseñanza, algunas pasan a ocupar lugares de importancia, mientras que otras desaparecen.

A fin de caracterizar la formación matemática necesaria para un maestro, Agrasar y Chemello (2008) señalan las decisiones inherentes a la tarea de enseñanza:

"En principio, en una primera etapa de anticipación de la intervención en el aula, debe realizar una serie de adecuaciones teniendo en cuenta el marco normativo-curricular –el Diseño Curricular de la jurisdicción en la que realiza su labor– y su distancia al proyecto y la historia institucional y el marco grupal-contextual.

En la etapa de diseño de la planificación, su formación debería permitirle, por ejemplo, organizar una red entre los conocimientos que desea enseñar que le permita articularlos con los enseñados con anterioridad. También en esta etapa debería poder expresar qué espera que ocurra a partir de las actividades que incluya, elegir cuál será la organización de la clase, y cuáles las consignas y los recursos que presente como soporte. Además de seleccionar un conjunto de problemas que den cuenta de los significados de la multiplicación que se deseen abordar en función del proyecto curricular-institucional, habrá que ligar las situaciones que dan sentido con los procedimientos para multiplicar dos números y con el uso de las propiedades de la multiplicación. Será necesario además que esos problemas estén elegidos de modo tal que resulten para el grupo de alumnos ocasiones de producir estrategias, en particular para calcular productos de números de varias cifras, comunicar procedimientos, compararlos, determinar su validez.

En la etapa de intervención, su formación debería darle elementos para analizar las producciones de los alumnos, pudiendo reconocer los conocimientos utilizados en forma implícita, para poder conducir la puesta en común sobre la validez de lo realizado (advertir errores, plantear nuevas preguntas para acortar la distancia entre los conocimientos que aparecen y el que quiere ver aparecer).

En las instancias de reflexión sobre lo actuado y toma de decisiones para reorientar su enseñanza, su formación debería permitirle pensar en varias alternativas para relacionar los conocimientos que sus alumnos utilizan con aquellos que quiere que aprendan y pensar cómo hacerlos avanzar."

Agrasar y Chemello, 2008.

Para ampliar lo que venimos desarrollando, sugerimos la lectura del artículo "Los conocimientos matemáticos en la formación de maestras y maestros. ¿Qué y cómo aprenden matemática los que van a enseñar?", de Agrasar y Chemello (2008), citado en esta página.

Si bien las autoras se refieren a la formación inicial de maestros, muchos aspectos abordados son totalmente apropiados para la capacitación.

Sin pretensiones de exhaustividad, nos referiremos a la formación matemática que consideramos necesaria para un maestro, tomando en cuenta tanto la concepción de matemática a la que adherimos como las decisiones inherentes a la profesión docente que acabamos de explicitar.

- Con relación a la planificación, un maestro debería contar *con conocimientos matemáticos que le permitan comprender la articulación entre contenidos de enseñanza de distintos niveles*. Por ejemplo, el maestro debe tener disponibles las propiedades de las operaciones y reconocer las situaciones en las que resulta pertinente su utilización, advirtiendo que el trabajo con estas propiedades en la escuela primaria resulta un punto de apoyo imprescindible para iniciar el trabajo algebraico en el nivel secundario.

- Por otra parte, si partimos del hecho de que enseñar matemática es introducir a los alumnos en las formas de trabajo de esta disciplina, *los maestros tendrían que reconocer formas de razonamiento y de validación propias* de ella, como así también "validaciones provisorias", pero adecuadas a su grupo de alumnos, lo que les permitirá analizar las pruebas que surjan en sus clases y gestionar los avances que se pueden promover. Nicolás Balacheff (2000) identifica dos tipos de pruebas: *pruebas pragmáticas y pruebas intelectuales*.

  En las *pruebas pragmáticas*, la justificación de la actividad está asociada a su eficacia para la resolución de la cuestión planteada. Son pruebas íntimamente ligadas a la acción y a la experiencia de los que las producen. En las *pruebas intelectuales*, la justificación de la actividad es conocer la verdad. Son pruebas en las que sus autores tomaron distancia de la acción. Dentro de las pruebas intelectuales, se ubica la demostración. Por ejemplo, con relación al siguiente problema:

  ¿La suma de dos múltiplos de 7, es múltiplo de 7?

  El maestro debería poder:

<table>
<tr><th>Comprender la demostración que permite establecer la verdad de la afirmación.</th><th>Reconocer que la prueba 1 es una prueba pragmática, pues se apoya en ejemplos; mientras que las pruebas 2 y 3 son pruebas intelectuales, más allá de que no sean demostraciones.</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Si m es un número entero, 7 x m es múltiplo de 7.
Si n es un número entero, 7 x n es múltiplo de 7.
(7 x m) + (7 x n) es la suma de dos múltiplos de 7.
(7 x m) + (7 x n) = 7 x (m + n), por la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma.
Luego el enunciado es verdadero:
7 x (m + n) es múltiplo de 7, pues m + n es un número entero.</td><td>Prueba 1
28 + 35 = 63 es múltiplo de 7 porque 63: 7 = 9
56 + 70 = 126 es múltiplo de 7 porque 126 : 7 = 18
105 + 28 = 133 es múltiplo de 7 porque 133 : 7 = 19
Si, porque lo calculé.</td></tr>
<tr><td>Prueba 2
Siempre va a dar (múltiplo de 7) porque los múltiplos de 7 están formados por 7.</td></tr>
<tr><td>Prueba 3
Siempre da, porque es lo mismo que ir haciendo 7+7 +7+7+...</td></tr>
</table>

En ese sentido, coincidimos con Balacheff cuando señala que "La exigencia de las pruebas debe plantearse desde las primeras clases, aceptando que se reconocerán como pruebas cosas diferentes que las demostraciones en sentido estricto. Será necesario considerar la naturaleza de la racionalidad de los alumnos y las condiciones de su evolución, así como el análisis didáctico de los criterios aceptados para las pruebas, que deben poder evolucionar en el curso de la escolaridad" (Balacheff, 2000).

Además, el maestro tendría que contar con herramientas que le permitieran seleccionar y gestionar situaciones de enseñanza que favorecieran la transformación de los conocimientos de sus alumnos en saberes matemáticos, en el sentido otorgado por François Conne (1992):

> "Por un lado, la situación es inductora de conocimientos; por otro, los conocimientos permiten actuar sobre la situación [...]. Cuando el sujeto reconoce el papel activo de un conocimiento sobre la situación que se le presenta, el vínculo inductor de la situación sobre ese conocimiento se vuelve invertible. El sujeto sabe. Un conocimiento identificado de esa manera es un saber".
>
> Conne, 1992.

Según este autor, se puede tener conocimientos para resolver un problema en un determinado contexto, pero no reconocer qué otros problemas se pueden resolver con dichos conocimientos, ni cómo se relacionan con otros. Saber implica reconocer el carácter útil de un conocimiento y ponerlo en juego en la resolución de diferentes problemas, hablar de él sin referirse a un contexto particular, determinar su ámbito de validez, relacionarlo con otros conocimientos, controlar los procedimientos y resultados, es decir, controlar la situación en la que se está inmerso.

Cabe aclarar aquí que el alcance de la variedad de problemas, contextos, procedimientos, dominios de validez explorados y relaciones con otros conocimientos es siempre relativo a la institución en la que se consideran.

Debemos tener en cuenta que, durante la escolaridad obligatoria, los saberes de los alumnos son provisorios y se van acercando gradualmente hacia las formulaciones con mayor nivel de generalidad en la disciplina, aunque conservan una distancia necesaria. Para que los alumnos realicen la transformación mencionada, es necesario que *el docente disponga de saberes matemáticos en un grado de avance mayor que el de ellos*. Estos le permitirán ayudar a sus alumnos a explicitar los conocimientos que están aprendiendo, a utilizarlos para argumentar a propósito de sus producciones y las de sus pares. También permitirán al maestro organizar y llevar adelante los debates que se dan en las puestas en común e institucionalizar como saberes los conocimientos que está enseñando. Para profundizar en el tipo de gestión de la clase que incluye instancias de debate e institucionalización, nos ocuparemos de este tema en el próximo módulo de este curso.

En *Didáctica de la Matemática*, Brousseau (1994) sostiene que: "[...] la consideración 'oficial' del objeto de enseñanza por parte del alumno, y del aprendizaje del alumno por parte del maestro, es un fenómeno social muy importante y una fase esencial del proceso didáctico: este doble reconocimiento constituye el objeto de la institucionalización" (Brousseau, G. 1994).

Finalmente, y como señalamos en la clase 5, los maestros deberán además *conocer las diferentes formas de representar un objeto matemático*, seleccionando la más adecuada en función del problema a resolver y diferenciando el objeto de su representación. También puede resultar fecundo para algunos contenidos matemáticos *desarrollar conocimientos epistemológicos e históricos*, como los abordados en esa misma clase a propósito de los sistemas de numeración.

¿Qué características deben tener las situaciones orientadas a la formación matemática de los maestros?

Si bien consideramos que, al igual que sus alumnos, los docentes aprenden matemática resolviendo problemas y reflexionando sobre lo realizado (Agrasar, 2009), la formación matemática de un profesional requiere de situaciones que permitan vincular dichas resoluciones y reflexiones con las tareas inherentes a su oficio. Veamos tres tipos de situaciones que dan lugar a establecer estos vínculos.

Para acompañar la lectura

Recomendamos la lectura del artículo de Mónica Agrasar, "La resolución de problemas matemáticos en la clase de formación", en *12(ntes)*, 226. Si bien la autora se refiere a la formación inicial de maestros, muchos aspectos abordados son totalmente apropiados para la capacitación.

Situaciones de doble conceptualización

Varios autores (Robert y Douady, 2001, y Lerner, Stella y Torres, 2009) destacan la pertinencia de proponer situaciones formativas que denominan de "doble conceptualización". Estas situaciones persiguen un doble objetivo: lograr, por una parte, que los maestros construyan conocimientos matemáticos y, por otra, que elaboren conocimientos referidos a las condiciones didácticas necesarias para que sus alumnos puedan apropiarse de un recorte de dichos conocimientos.

Están pensadas para que los docentes realicen quehaceres propios de la producción de conocimientos disciplinares para luego conceptualizar tales quehaceres. También para que analicen las condiciones didácticas en las que se desarrolló la situación de formación de la que participaron y analicen luego las condiciones didácticas necesarias para que sus alumnos puedan apropiarse de un quehacer de características similares. La reflexión acerca del proceso vivido durante la resolución permite identificar las características de la práctica matemática desarrollada, objetivarla, y hacer lo mismo con los supuestos de enseñanza involucrados. También permite establecer similitudes y diferencias con las situaciones experimentadas en su formación anterior, y vincularlas con las adecuadas al nivel donde se despeña como docente.

Dado que la práctica matemática es objeto de enseñanza, se podrán incluir:

- Problemas matemáticos apropiados para trabajar en la escuela primaria, siempre y cuando puedan generar un desafío para el maestro, no sólo en cuanto a la variedad de procedimientos a utilizar, sino también en cuanto al modo de argumentar.
- Problemas que promuevan prácticas matemáticas más evolucionadas que las esperadas en el nivel primario, referidas o vinculadas a los temas que se desarrollan en ese nivel, o a temas que permitan ampliarlos o profundizarlos.

A continuación, presentamos un problema referido a la multiplicación de números naturales que involucra un trabajo matemático que no está pensado para ser propuesto en el nivel primario, pero puede resultar interesante incluirlo en una situación de doble conceptualización. En el *Anexo 1* incluimos la resolución matemática del problema.

Situación[1]

Para multiplicar 35 x 47 con una vieja técnica de multiplicación, denominada “a la rusa”, se realizan los siguientes pasos:

35	47
17	94
~~8~~	~~188~~
~~4~~	~~376~~
~~2~~	~~752~~
1	1504
	1645
Luego	35 x 47 = 1645

a) Efectúe así el producto 19 x 34.

b) Justifique la validez de este algoritmo y explique por qué puede utilizarse para calcular el producto de dos números naturales, cualquiera sea su tamaño.

Una vez resuelto el problema, el capacitador tiene que organizar un espacio de reflexión proponiendo preguntas que permitan analizar la práctica matemática desarrollada, su propia intervención en el grupo, así como las dimensiones que sirven para pensar las prácticas docentes en la escuela primaria. Por ejemplo:

[1] Esta situación es una adaptación de un ítem de evaluación de CRPE, Bordeaux, 1994, analizada en Charnay y Mante, (1995).

1. Respecto de la conceptualización de la práctica matemática:

- ¿Qué procedimientos utilizó para resolver el problema?
- ¿De qué modo pudo justificar los procedimientos utilizados?
- ¿Qué formas de representación utilizó? ¿Por qué?
- ¿Qué similitudes y qué diferencias encuentra entre el trabajo matemático que realizó y el que realizaba durante sus estudios anteriores?
- ¿Qué similitudes y qué diferencias encuentra entre el trabajo matemático que realizó y el que considera apropiado para sus alumnos?

2. Respecto del escenario y de las condiciones didácticas de la situación:

- ¿De qué modo se presentó la situación? ¿Se otorgó un tiempo para aclarar dudas respecto del enunciado?
- ¿Qué tipo de intervenciones se hicieron durante la resolución del problema? ¿Se aclaró lo que estaba bien o lo que estaba mal? ¿Se generó incertidumbre respecto de los procedimientos a utilizar y la respuesta al problema?
- ¿En qué medida las discusiones con los colegas ayudaron a revisar las producciones y a modificarlas, en caso necesario?
- ¿Cómo se utilizó el pizarrón?
- La organización y gestión de esta situación, ¿puede ser similar a la que se desarrolle en un aula de primaria en la que se proponga un trabajo matemático de características similares? ¿Por qué?

Las preguntas propuestas en este último punto (2) serán ampliadas y profundizadas en los módulos subsiguientes. Quisimos incluirlas por dos cuestiones: una de ellas obedece a que estas situaciones incluyen necesariamente una reflexión sobre las condiciones didácticas; otra se basa en que, aunque no se haya presentado un marco teórico acerca de la gestión de la clase de matemática, los análisis propuestos pueden hacerse desde una “didáctica en acción”, que posteriormente se profundizará al abordar dichos marcos teóricos.

Situaciones de análisis matemático de las producciones de los alumnos

Otro tipo de situaciones apropiadas para actualizar o producir conocimientos matemáticos en la capacitación consiste en proponer un análisis disciplinar de las producciones de los alumnos, situaciones que conviene plantear desde los inicios de la capacitación. Las situaciones de análisis de las producciones de los alumnos pueden proponerse también con finalidades: identificar errores relevantes, reflexionar sobre el estado de conocimiento de los alumnos, anticipar y conceptualizar condiciones didácticas e intervenciones docentes, entre otras. En el Módulo 2 desarrollaremos estas cuestiones.

Por ejemplo, a continuación de la situación que acabamos de analizar podemos plantear la siguiente:

En una clase de segundo grado, se propone por primera vez a los alumnos el cálculo 18 x 34 y surge el siguiente procedimiento:

34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34

68 + 68 + 68 + ...

136 + ...

\+ ....

- Termine el cálculo.
- ¿En qué se parece este procedimiento al algoritmo ruso?
- ¿Qué conocimientos suplementarios demanda este último?

Para responder, el maestro tendría que vincular el reagrupamiento de dos números correspondiente al procedimiento del alumno con las duplicaciones sucesivas de los números ubicados en la columna de la derecha en el algoritmo ruso. Los términos restantes corresponden a los que se conservan en las filas donde el número de la derecha es impar.

También tendrá que considerar que los números de la derecha del algoritmo ruso están implícitos en esta resolución, y corresponden al número de veces que un mismo número se repite en cada línea.

Con relación a los conocimientos suplementarios, el maestro deberá identificar que en el algoritmo ruso es necesario saber dividir por dos y conservar el cociente entero.

En este caso, el análisis de procedimientos escolares y la comparación con procedimientos expertos está al servicio de la profundización de conocimientos matemáticos que resultarán funcionales en tareas de diferente naturaleza, fundamentalmente las inherentes a la gestión de la clase y evaluación de los aprendizajes.

Situaciones de análisis matemático de problemas apropiados para el nivel

Los maestros también pueden profundizar sus conocimientos matemáticos a partir de análisis disciplinares de problemas adecuados para el nivel primario. Por ejemplo, sobre los problemas tomados de *Cuaderno para el aula. Matemática 3*, de la colección Cuadernos para el Aula, que se analizó en el encuentro presencial, pueden plantearse preguntas como:

- ¿Cuál es el potencial matemático de este problema? ¿El problema implica alguna idea o proceso importante? ¿En qué sentido?
- ¿Con qué situaciones de uso de la matemática puede vincularse? ¿Con qué otros problemas puede relacionarse?
- ¿Qué elementos pueden complicar la comprensión del problema y la elección de alguna estrategia para abordarlo?
- ¿Qué otras representaciones podrían utilizarse para plantear el problema?
- ¿Qué cambia en el problema si se reemplaza algún dato por otro?

- ¿Qué se puede hacer para transformar el problema en otro similar pero un poco "más fácil" de resolver? ¿En qué sentido se "facilita" la resolución?
- ¿Cómo se puede transformar el problema en otro matemáticamente similar pero más desafiante? ¿En qué sentido se complejiza el desafío?
- ¿Es posible promover niveles crecientes de generalización? ¿Cómo?
- ¿Es posible/interesante/pertinente derivar hacia el estudio de una "familia de problemas"?
- ¿Tiene sentido modificar el problema de manera que no existan soluciones posibles o que estas sean infinitas?

La actualización de conocimientos matemáticos que promueven situaciones como la descrita resulta potente para diferentes tareas de la profesión docente. Por una parte, son necesarios para gestionar las puestas en común y el proceso de institucionalización que deben darse en toda clase. Por otra, resultan también imprescindibles a la hora de elaborar secuencias, planificar el trabajo de un año escolar o participar en la planificación de un ciclo o nivel educativo. Debemos tener en cuenta que esos conocimientos matemáticos se complementarán con los propios de la didáctica específica.

A modo de cierre y apertura de nuevos módulos

En el marco de la concepción de matemática a la que adherimos, pretendimos aportar, en alguna medida, a la complejidad que conlleva gestionar la profundización de los conocimientos matemáticos de los maestros durante la capacitación. En este sentido, consideramos necesario advertir algunas cuestiones.

En primer lugar, y tal como mencionamos anteriormente, si bien las situaciones de capacitación descritas apuntan fundamentalmente a la producción matemática, permiten también reflexionar acerca de algunas nociones de la didáctica específica. No es posible pensar la producción de conocimientos disciplinares y didácticos específicos en compartimentos estancos.

En segundo lugar, según la modalidad de capacitación –curso fuera de servicio, capacitación en servicio, asistencia técnica, curso con soporte virtual– a implementar, es conveniente seleccionar las situaciones de capacitación que resulten más apropiadas, sin descuidar, como dijimos, que dichas situaciones pueden promover conocimientos diferentes, de acuerdo a la funcionalidad de los mismos en la tarea docente cotidiana.

Actividad final de Módulo 2 (obligatoria)

Al iniciar el trabajo sobre este Módulo, planteamos un caso de capacitación que fue analizado a lo largo de las distintas clases. Para realizar esta actividad final, le pedimos que suponga que ha sido convocado para trabajar como capacitador en ese proyecto.

En el encuentro presencial, registró sus primeras apreciaciones acerca de cómo trabajaría el enfoque del área y analizó algunos problemas para utilizar en el momento de trabajo matemático.

En la Clase 1 elaboró entre 3 y 5 afirmaciones que podría incluir en un Power Point para presentar el enfoque del Área en relación con la selección de problemas para la enseñanza del campo multiplicativo, considerando los distintos elementos que, en relación con el enfoque didáctico del Área, se desarrollaron en la clase.

En la Clase 2 registró 3 preguntas y 3 afirmaciones que podrían hacer los maestros en relación con la viabilidad de llevar a cabo la *Secuencia para completar la tabla pitagórica*. Dicha tarea se apoyó en lo analizado en la clase y en su conocimiento de las prácticas de enseñanza que se desarrollan hoy en las escuelas de su región, anticipando posibles obstáculos para el análisis de la secuencia en el encuentro presencial.

En la Clase 3 identificó los conocimientos matemáticos que el docente necesita dominar para desarrollar las actividades de la *Secuencia para completar la tabla pitagórica* con sus alumnos y registró qué actividades podría plantear a los maestros en el encuentro presencial del caso para que pudieran:

- ver los algoritmos que conocen como uno de los posibles;
- comprender los conocimientos implícitos en las técnicas;
- apreciar las diferencias entre los algoritmos clásicos y otros por las propiedades y representaciones involucradas;
- analizar qué procedimientos de cálculo y propiedades que los justifiquen y qué tipos de cálculo se incluyen en la actividades del caso.

En la Clase 4 se discutió acerca de la necesidad de que los docentes realicen en la capacitación quehaceres propios de la producción de conocimientos disciplinares y se profundizó en el análisis de algunas situaciones que permiten promover un trabajo de esas características.

Como producción final para acreditar el Módulo, le solicitamos:

a. Vuelva sobre los textos de las clases y las actividades que realizó. A partir de ellos, planifique los siguientes componentes del primer encuentro con los maestros. Al hacerlo, explicite en una producción individual que entregará a su tutor:

- cómo trabajaría la presentación del actual enfoque del Área, señalando tres ideas claves que priorizaría para esa presentación;

Actividad final de Módulo 2 (obligatoria)

- qué preguntas daría como orientación para la lectura de los apartados seleccionados de los Cuadernos para el aula;

- qué problema y qué tipo de situación elegiría para el trabajo matemático con los maestros, señalando a qué conclusiones matemáticas y didácticas desearía arribar luego de su análisis.

b. Relea los escritos realizados en el encuentro presencial sobre el caso y, teniendo en cuenta lo trabajado en este Módulo, responda:

- ¿Pudo responderse las preguntas que había formulado?

- ¿Modificó sus primeras apreciaciones sobre el caso de capacitación? ¿En qué sentido?

- ¿Amplió sus saberes sobre la capacitación? ¿En qué aspectos?

- ¿Profundizó su conocimiento sobre la enseñanza de las operaciones con números naturales? ¿En qué sentido?

c. Señale qué modificaciones sugeriría para este curso en el caso de que se decidiera replicarlo para otros colegas.

Referencias bibliográficas

Agrasar, M. (2009), La resolución de problemas matemáticos en la clase de formación", en *12(ntes)*, 226. Buenos Aires: Novedades Educativas.

Agrasar, M. y G. Chemello (2008), "Los conocimientos matemáticos en la formación de maestras y maestros. Qué y cómo aprenden matemática los que van a enseñar", en: *12(ntes) Enseñar Matemática. Nivel Inicial y Primer Ciclo*, 3: pp. 7-17.

Bailleul, M. (2006), "Des 'savoir didactiques' en formations d´enseignants de mathématiques", en *Bulletin de l´APMEP*, 465. Paris: Association des Professeurs de Mathématiques de l´Enseinemennt Public (APMEP): pp. 505-520.

Balacheff, N. (2000). *Procesos de prueba en los alumnos de Matemáticas*. Bogotá: Una empresa docente, Facultad de Ciencias, Universidad de los Andes.

Charlot, B. (1991), "La epistemología implícita en las prácticas de enseñanza de las matemáticas", texto que surge de la conferencia pronunciada en Cannes en 1986.

Charnay, R. y M. Mante (1995), *Préparations à l´épreuve des mathématiques du concours de professeur des écoles*. París: Hatier.

Chevallard, Y., J. Gascón y M. Bosch (1997), *Estudiar Matemática*. Barcelona: Horsori.

Gascón, J. (1998), "Evolución de la didáctica de la matemática como disciplina científica", en *Recherches en Didactique des mathématiques*, 18/1. París: La Pensée Sauvage.

Conne, F. (1992), "Savoir et conaissance dans la perspective de la transpositions didactique", en *Recherches en Didactique des mathématiques*, 12/2-3. Francia: La Pensée Sauvage.

Lerner, D. (2001), El papel del conocimiento didáctico en la formación del maestro, en *Leer y escribir en la escuela: lo real, lo posible y lo necesario*. México: Fondo de Cultura Económica.

Lerner D., P. Stella y M. Torres (2009), "Situaciones de doble conceptualización", en *Formación docente en lectura y escritura. Recorridos didácticos*. Buenos Aires: Paidós.

Peltier Barbier, M. (s/f), "¿De qué manera resuelven los docentes de matemática de alumnos de medios socialmente desfavorecidos la contradicción entre éxito inmediato y aprendizaje?", París: DIDIREM, Université de Paris 7, IUFM de l'Académie de Rouen. [Traducción de circulación interna]

Robert, A. y R. Douady, (1991), *Questions sur la formation, sur la observation en formation*. París: Escuela de verano de Didáctica de la Matemática, IREM de Paris 7.

Robert, A. y N. Pouyanne (2005), "Formar formadores de maestros de matemáticas de Educación Media. ¿Por qué y cómo?", en *Educación matemática*, 17 (2): 35/58. Disponible en línea: http://redalyc.uaemex.mx/pdf/405/40517203.pdf

Ruiz Higueras, L. (1998), "La noción de función: análisis epistemológico y didáctico", tesis doctoral. España, Universidad de Jaén.

Sadovsky, P. (2005): "La teoría de las situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la Matemática", en *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática*. Buenos Aires: El Zorzal.