Clase virtual Nº 13

Concepciones de los objetos geométricos y tradiciones de enseñanza

Autores: Graciela Chemello, Silvia Chara, Mónica Agrasar y Analía Crippa
Equipo Áreas curriculares del Ministerio de Educación

Introducción

Como planteábamos al iniciar la clase anterior, encontramos que el trabajo geométrico en la escuela primaria prioriza, muchas veces, actividades que involucren el cálculo de medidas por sobre otras que pongan en juego las propiedades de las figuras al servicio de la resolución de problemas. Asimismo, es frecuente que los docentes propongan clasificar figuras y cuerpos, luego de la presentación de los nombres específicos y algunas de sus propiedades.

Para identificar el origen de estas prácticas –claramente ligadas a una concepción particular de los objetos geométricos– y de su enseñanza en la escuela, en esta clase haremos, sin pretensión de exhaustividad, un recorrido histórico sobre algunos materiales de enseñanza desde los inicios del siglo XX hasta nuestros días.

Antes de continuar

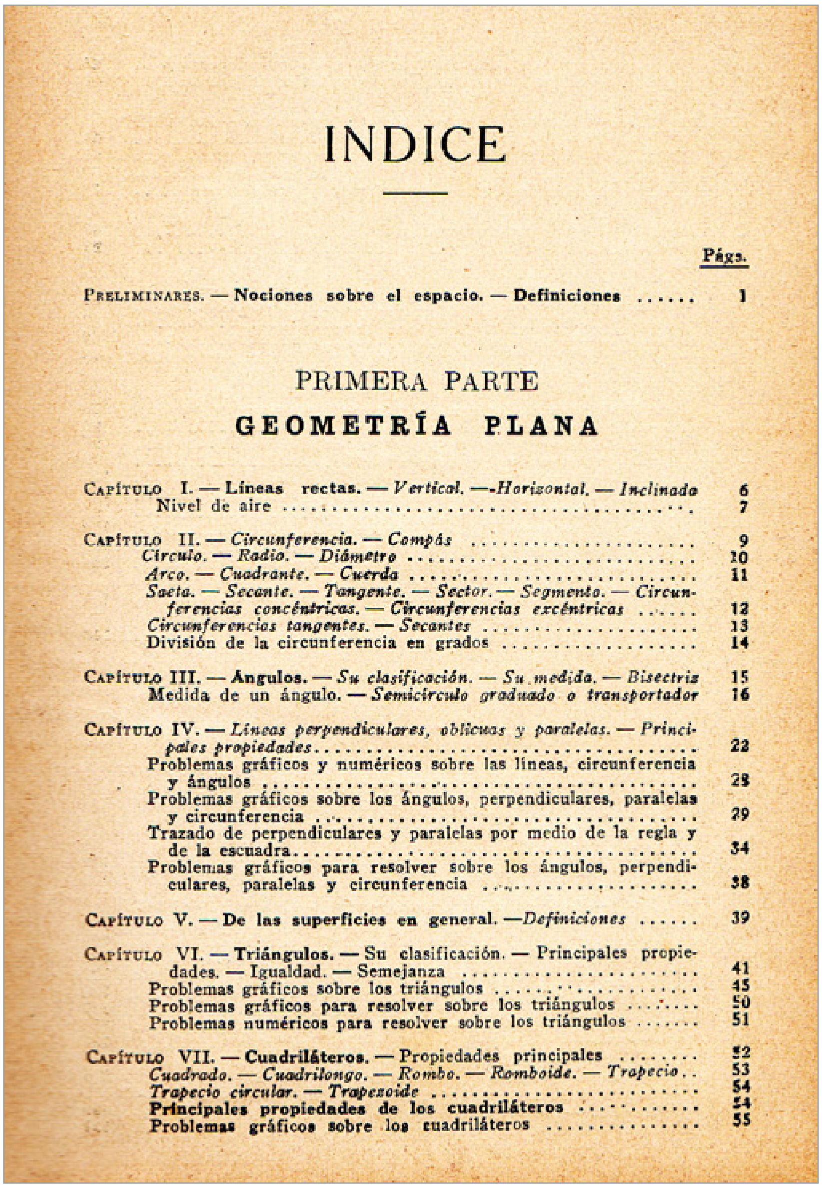
Le proponemos que registre qué recuerda de sus propios aprendizajes geométricos en la escuela primaria y en la secundaria. ¿Hacía plegados y construcciones con compás? ¿Medía ángulos usando el trasportador? ¿Resolvía problemas? ¿De qué tipo? ¿Recuerda algún teorema, su enunciado, su demostración?

Si tiene la posibilidad de hacerlo, recopile algún cuaderno o alguna carpeta de hace más de 10 años con alguna tarea “de geometría”. Este material puede ser un buen recurso para trabajar en la capacitación.

Mostrar y definir, ejemplificar y aplicar

En los comienzos del siglo pasado, la enseñanza de la matemática se centraba básicamente –como ya hemos planteado para otros temas– en mostrar y definir, ejemplificar y aplicar los "conceptos", y finalmente ejercitar para dominar su aplicación. Se pensaba en un concepto definido formalmente desde un único punto de vista.

En el caso de la Geometría, y manteniendo el orden axiomático del campo definido por Euclides, la presentación escolar se iniciaba con el punto, la recta y el plano, para luego pasar a los ángulos, las figuras planas y sus medidas, y, más adelante, los cuerpos y sus medidas.



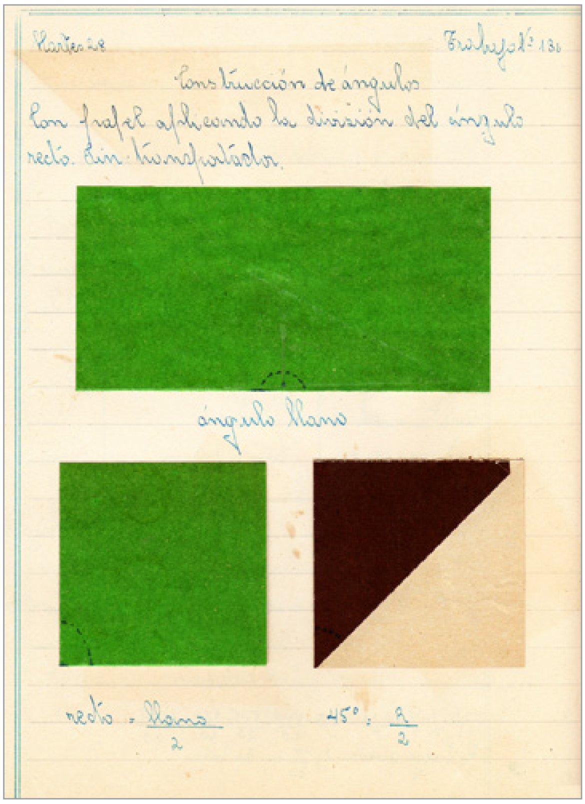
INDICE

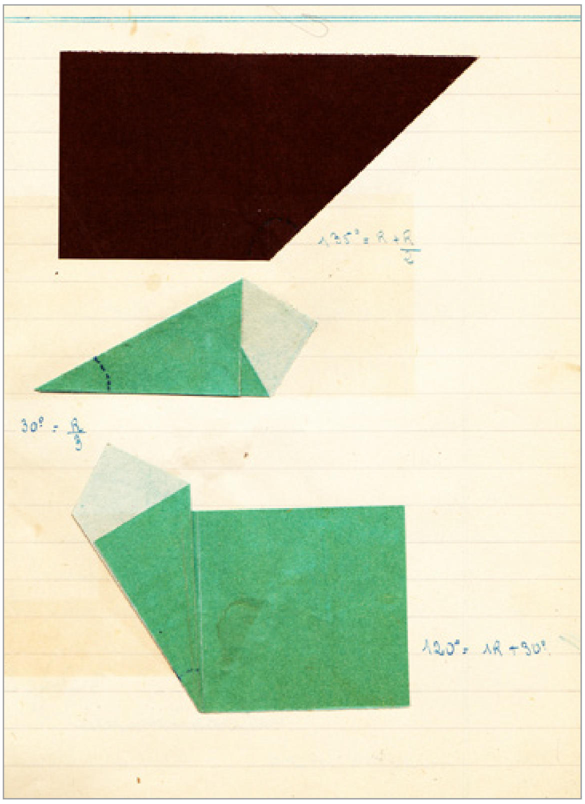
Fernández, A. (c. 1900) *Elementos de Geometría teórico-práctica para los niños*. Buenos Aires: F. Crespillo Editor. 11ª edición. Contesta a los programas de los seis grados de las Escuelas Comunes.

En el prólogo de un libro publicado a fines del 1800 y destinado a la enseñanza, leemos una reflexión que ilustra las concepciones vigentes de enseñanza y aprendizaje, y del objeto de enseñanza:

> "¿Es posible y práctico el empleo de un procedimiento breve, graduado y sencillo por el cual pueda descubrirse con claridad el mayor número de verdades geométricas útiles, que interesen a la comprensión inexperta de la niñez, esencialmente apasionada por lo concreto, materializando en lo posible relaciones de magnitud y forma, aun sacrificando en parte la generalización abstracta de la geometría pura, cuyas verdades sancionará más tarde con su estrecha lógica de raciocinio, ante las exigencias de la enseñanza gradual educativa y de las numerosas aplicaciones sencillas?".
>
> Camargo, 1888: s/d.

Muchas sugerencias para el trabajo con figuras se relacionaban con las tareas manuales, en especial, la realización de distintos plegados. Este tipo de prácticas que podemos observar en un cuaderno de 5to grado del año 1942 también puede encontrarse hoy, sobre todo en el primer ciclo.





Recomendación de lectura

Si está interesado en indagar más o en recopilar materiales para futuras acciones de capacitación, puede encontrar muchos ejemplos de este tipo de trabajo en *Ejercicios de geometría y trabajo manual según C. Savineau: arreglados expresamente para El Monitor de la Educación Común*[1], por E. R. Olivé (1899). Disponible en: http://www.bnm.me.gov.ar/ebooks/reader/reader.php?mon=1&vt=n&dir=90019043&num_img=14

Estas prácticas se fortalecieron desde distintas recomendaciones para los maestros, que subrayaban la necesidad de "hacer concreto lo abstracto". Al respecto, en un texto de didáctica editado en los años sesenta leemos:

> "El maestro, para favorecer la enseñanza de la geometría, correlacionará los conocimientos con la enseñanza del dibujo, el trabajo manual y la economía doméstica. El niño, impulsado por las actividades prácticas, será capaz de crear situaciones que favorezcan el desarrollo de las habilidades geométricas.
>
> [...] Todos los conocimientos geométricos deben nacer de la experiencia, es decir, de hechos vividos a través de sucesivas intuiciones. El maestro, mediante objetos, fenómenos observables o gráficos, debe dirigir la enseñanza hacia:
>
> a) la objetivación sensorial del conocimiento;
> b) la experimentación;
> c) la abstracción de la imagen;
> d) la simbolización;
> e) la demostración reflexiva;
> f) la aplicación práctica.
>
> Este procedimiento didáctico sugerido tiende a que el niño adquiera conocimiento en situaciones plenamente vividas y reciba experiencias positivas que le permitan resolver las dudas cognoscitivas que la vida cotidiana le presenta en forma de problemas.

[1] La colección "El Monitor de la Educación Común" presenta la versión completa de los números de la revista desde 1881. En ella se pueden encontrar artículos pedagógicos y didácticos, reseñas bibliográficas de revistas nacionales y extranjeras, notas literarias e históricas y documentación referida a la actividad del Consejo Nacional de Educación. También se incluyen estadísticas e informes de los inspectores provinciales en distintas ciudades y regiones del país.

[...] En resumen, para conseguir que el niño adquiera hábitos geométricos positivos se aconseja que el maestro:

1° presente en forma objetiva y concreta la situación geométrica a enseñar;

2° motive el problema tomando como base las formas circundantes de existencia real;

3° analice la imagen a fin de que el alumno se vea obligado a abstraer y reflexionar;

4° provoque constantes repeticiones, lentas y cuidadas las primeras, rápidas y exactas las siguientes;

5° ejercite y aplique las habilidades y las destrezas adquiridas para evitar el deterioro de las mismas y desechar la posibilidad de la incorporación de formas defectuosas a través de procesos repetitivos;

6° estimule constantemente a los niños para que estos manejen y usen las técnicas del aprendizaje observadas en las distintas situaciones de la vida, con miras de afianzar y perfeccionar el hábito geométrico puesto en juego desde el principio.

La actividad manual permite no solo la adquisición de conocimientos geométricos, sino que posibilita la incorporación natural de habilidades, como ser:

a) la medición práctica de longitudes;

b) el trazado manual de los entes geométricos;

c) la composición intuitiva de los cuerpos geométricos;

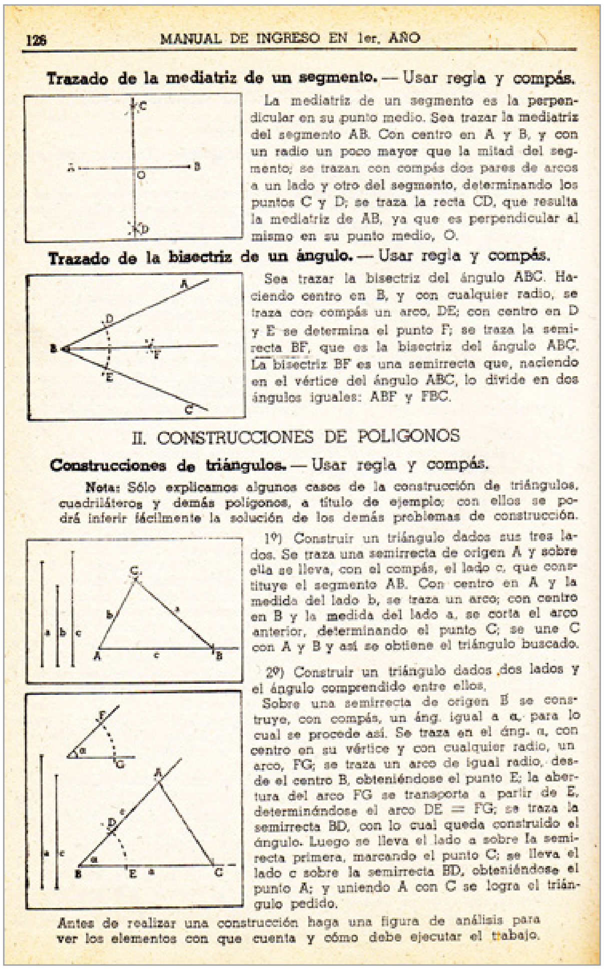
d) el reconocimiento visual de figuras planas;

e) la comprensión clara de las fórmulas geométricas;

f) la solución objetiva de los problemas geométricos”.

Combetta, 1961: 214.

Esta perspectiva permite fundamentar también el interés por el uso “preciso” de los instrumentos de geometría, tanto en lo referido a mediciones de ángulos como a los “casos” de construcción de figuras. Esto aún puede verse, por ejemplo, en un apartado especial sobre trazados y construcciones geométricos, en el *Manual Berruti* de 1957.



126 MANUAL DE INGRESO EN 1er. AÑO

Trazado de la mediatriz de un segmento. — Usar regla y compás.

La mediatriz de un segmento es la perpendicular en su punto medio. Sea trazar la mediatriz del segmento AB. Con centro en A y B, y con un radio un poco mayor que la mitad del segmento; se trazan con compás dos pares de arcos a un lado y otro del segmento, determinando los puntos C y D; se traza la recta CD, que resulta la mediatriz de AB, ya que es perpendicular al mismo en su punto medio, O.

Trazado de la bisectriz de un ángulo. — Usar regla y compás.

Sea trazar la bisectriz del ángulo ABC. Haciendo centro en B, y con cualquier radio, se traza con compás un arco, DE; con centro en D y E se determina el punto F; se traza la semirecta BF, que es la bisectriz del ángulo ABC. La bisectriz BF es una semirrecta que, naciendo en el vértice del ángulo ABC, lo divide en dos ángulos iguales: ABF y FBC.

II. CONSTRUCCIONES DE POLIGONOS

Construcciones de triángulos. — Usar regla y compás.

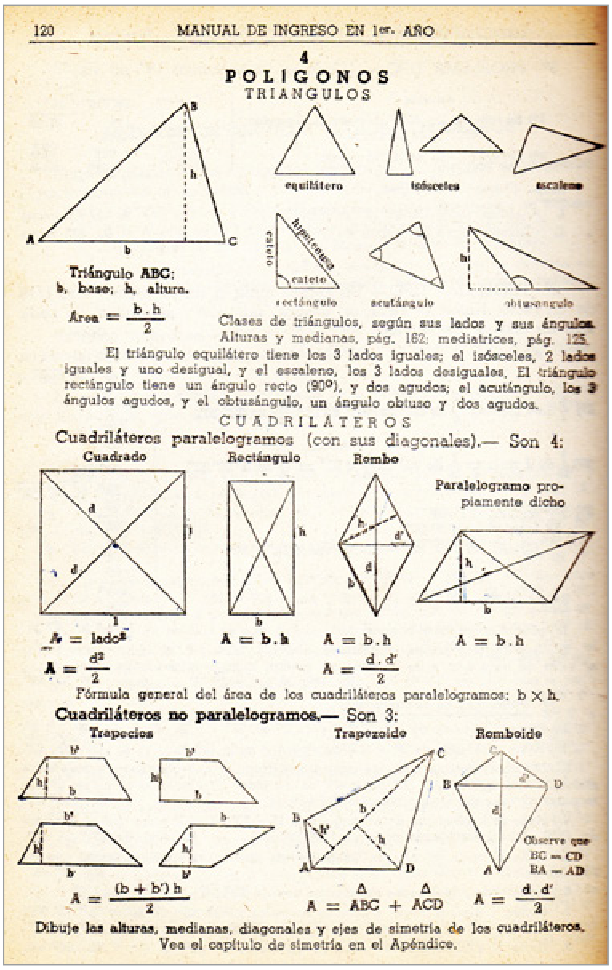
Nota: Sólo explicamos algunos casos de la construcción de triángulos, cuadriláteros y demás polígonos, a título de ejemplo; con ellos se podrá inferir fácilmente la solución de los demás problemas de construcción.

1º) Construir un triángulo dados sus tres lados. Se traza una semirrecta de origen A y sobre ella se lleva, con el compás, el lado c, que constituye el segmento AB. Con centro en A y la medida del lado b, se traza un arco; con centro en B y la medida del lado a, se corta el arco anterior, determinando el punto C; se une C con A y B y así se obtiene el triángulo buscado.

2º) Construir un triángulo dados dos lados y el ángulo comprendido entre ellos.

Sobre una semirrecta de origen B se construye, con compás, un áng. igual a α, para lo cual se procede así. Se traza en el áng. α, con centro en su vértice y con cualquier radio, un arco, FG; se traza un arco de igual radio, desde el centro B, obteniéndose el punto E; la abertura del arco FG se transporta a partir de E, determinándose el arco DE = FG; se traza la semirrecta BD, con lo cual queda construido el ángulo. Luego se lleva el lado a sobre la semirecta primera, marcando el punto C; se lleva el lado c sobre la semirrecta BD, obteniéndose el punto A; y uniendo A con C se logra el triángulo pedido.

Antes de realizar una construcción haga una figura de análisis para ver los elementos con que cuenta y cómo debe ejecutar el trabajo.



120 MANUAL DE INGRESO EN 1er. AÑO

4

POLIGONOS

TRIANGULOS

equilátero — isósceles — escaleno

hipotenusa — cateto — cateto

rectángulo — acutángulo — obtusángulo

Triángulo ABC:
b, base; h, altura.

Área $= \frac{b \cdot h}{2}$

Clases de triángulos, según sus lados y sus ángulos.
Alturas y medianas, pág. 162; mediatrices, pág. 125.

El triángulo equilátero tiene los 3 lados iguales; el isósceles, 2 lados iguales y uno desigual, y el escaleno, los 3 lados desiguales. El triángulo rectángulo tiene un ángulo recto (90º), y dos agudos; el acutángulo, los 3 ángulos agudos, y el obtusángulo, un ángulo obtuso y dos agudos.

CUADRILATEROS

Cuadriláteros paralelogramos (con sus diagonales).— Son 4:

Cuadrado — **Rectángulo** — **Rombo** — **Paralelogramo propiamente dicho**

Cuadrado: $A = \text{lado}^2$; $A = \frac{d^2}{2}$

Rectángulo: $A = b \cdot h$

Rombo: $A = b \cdot h$; $A = \frac{d \cdot d'}{2}$

Paralelogramo: $A = b \cdot h$

Fórmula general del área de los cuadriláteros paralelogramos: $b \times h$.

Cuadriláteros no paralelogramos.— Son 3:

Trapecios — **Trapezoide** — **Romboide**

Trapecios: $A = \frac{(b + b')\,h}{2}$

Trapezoide: $A = \overset{\triangle}{ABC} + \overset{\triangle}{ACD}$

Romboide: Observe que BC = CD, BA = AD. $A = \frac{d \cdot d'}{2}$

Dibuje las alturas, medianas, diagonales y ejes de simetría de los cuadriláteros.
Vea el capítulo de simetría en el Apéndice.

Berruti, P. (1957) *Manual de Ingreso en 1er año de los Colegios Nacionales, Colegios Nacionales de Señoritas, Escuelas Normales, Comerciales, Industriales, Profesionales, Técnicas y de Artes y Oficios dependientes del Ministerio de Educación. Matemáticas. Castellano*. Buenos Aires: Editorial Escolar. 19ª edición, pp. 126-127.

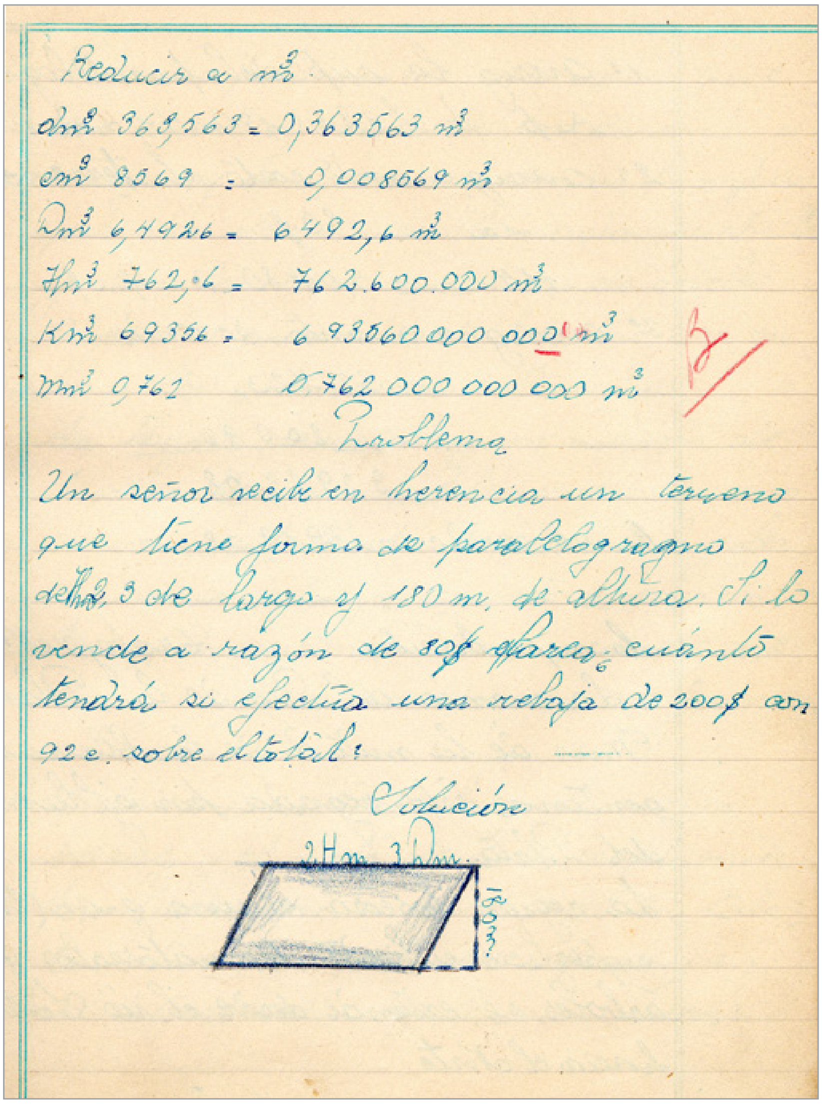
Antes de continuar

Seguramente estas recomendaciones para la enseñanza no son extrañas para usted, ya sea que las haya seguido como maestro, que haya tenido que aprender de ese modo como alumno o que las haya observado trabajando en alguna escuela como capacitador. En este sentido, resulta interesante que usted registre qué tipo de actividades reconoce como características de la enseñanza de la geometría en la escuela primaria hoy, señalando si están asociadas o no a las orientaciones que hemos analizado hasta aquí.

Dentro de esta misma perspectiva, en otro texto de uso corriente en la década de 1960 en las escuelas Normales, encontramos una secuenciación de contenidos que aún hoy se mantiene vigente en muchas escuelas:

> "En los grados medios se dará una enseñanza más sistemática. Se seguirá el orden inverso y, en vez de partir de los cuerpos o figuras para llegar a los elementos, se comenzará por enseñar el punto, la recta y el plano para pasar luego a ángulos, triángulos, cuadriláteros, circunferencia, círculo, polígonos en general, cuerpos poliédricos y cuerpos redondos.
>
> Los niños aprenderán el correcto uso de la regla, la escuadra, el compás y el transportador y se valdrán de estos útiles en el trazado de dibujos geométricos.
>
> La enseñanza será práctica, ya que se colocará al niño frente a las realidades del espacio; se harán derivar las distintas propiedades de experiencias, para luego aplicar esas conclusiones a la resolución de problemas de la vida diaria. Se proseguirá con la objetivación como medio para elevarse, en los grados superiores, al razonamiento abstracto".
>
> Bregazzi, 1966: 130.

En relación con la medida, en los textos de fines del siglo XIX y de principios del XX se observa una presentación de las unidades correspondientes al sistema métrico decimal, sus equivalencias y su posterior aplicación a la resolución de problemas. Estos incluyen tanto el cálculo de perímetros y de áreas de figuras construidas por los alumnos como la "aplicación práctica" en contextos de la "vida cotidiana".



Reducir a m³.
dm³ 363,563 = 0,363563 m³
cm³ 8569 = 0,008569 m³
Dm³ 6,4926 = 6492,6 m³
Hm³ 762,6 = 762.600.000 m³
Km³ 69356 = 6 93560 000 000 m³
B
Mm³ 0,762 0 762 000 000 000 m³

Problema

Un señor recibe en herencia un terreno que tiene forma de paralelogramo de 2Hm, 3 de largo y 180 m. de altura. Si lo vende a razón de 80$ el área ¿cuánto tendrá si efectúa una rebaja de 200$ con 92 c. sobre el total?

Solución

Cuaderno de 6to grado de 1943.

Definir con rigor

Como ya planteamos en los análisis realizados en los módulos anteriores, la aparición de la matemática moderna en la disciplina a comienzos del siglo XX dejó una marca importante en la definición de los contenidos de enseñanza, gracias a la teoría de conjuntos (Cantor) y al método axiomático (Hilbert).

Al estudiar las implicaciones de las reformas en este siglo, Alicia Ávila señala:

> "[...] al iniciar los años setenta se asumió una postura internacional consistente en considerar que la enseñanza vigente no conducía sino al verbalismo hueco y a la repetición memorística de ideas. Era una exageración y una simplificación de la realidad educativa, pero fue bajo tal creencia que la 'matemática moderna' entró a los salones de clase. Dicha matemática pretendió desplazar la forma de pensar la enseñanza de esta disciplina instalada en las escuelas. Buscó sustituir el contacto con la matemática utilitaria y sus formas ostensivas, por la vinculación con la 'verdadera matemática'; fueron dos las vías del intento: la inclusión de nuevos contenidos y el aprendizaje por descubrimiento".
>
> Ávila, 2011: 40.

En el caso particular de la Geometría, en *Perspectives en l´Ensenyament de la Geometria pel segle XXI (Documento de discusión para un estudio ICMI* [Comisión Internacional de Instrucción Matemática]) se señala:

> "El 'movimiento de las matemáticas modernas' ha contribuido –al menos indirectamente– para disminuir el rol de la geometría euclidiana favoreciendo otros aspectos de la matemática y otros puntos de vista para su enseñanza (por ejemplo: teoría de conjuntos, lógica, estructuras abstractas). La declinación ha involucrado en particular el rol de los aspectos visuales de la geometría, tanto la tridimensional como la bidimensional, y todas aquellas partes que no encajaron dentro de la teoría de los espacios lineales como, por ejemplo, el estudio de las secciones cónicas y de otras curvas notables".
>
> *Perspectives en l´Ensenyament de la Geometria pel segle XXI*,
> PMME-UNISON, febrero, 2001.

¿Cómo se vivieron estos cambios en las aulas? ¿Qué transformaciones sufrió el curriculum y su interpretación en las escuelas?

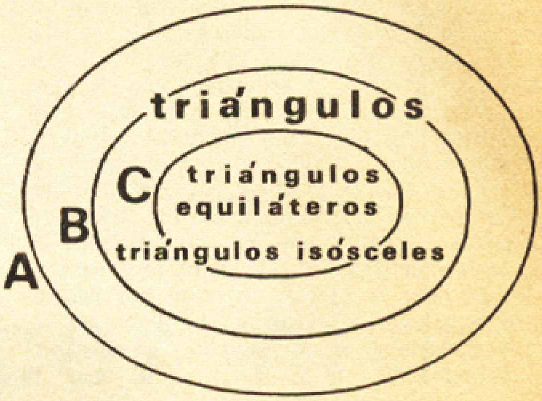
Podemos encontrar un primer ejemplo ilustrativo en la revista de educación *La Obra*, material de referencia para muchos docentes.

La geometría y los conjuntos

La posibilidad de expresar relaciones geométricas con la ayuda del lenguaje conjuntista es grande.

Acabamos de intentar una descripción de cómo se puede abordar el problema de las definiciones geométricas precisas. En el lenguaje de los conjuntos podemos establecer expresiones como éstas:

A = { triángulos }
B = { triángulos que tienen por lo menos un par de lados iguales }
C = { triángulos que tienen los tres lados iguales }



Propongamos a los niños conjuntos como éstos a fin de que nos señalen y grafiquen la relación que los vincula. Se trata de una doble inclusión como lo muestra nuestro diagrama.

En símbolos:

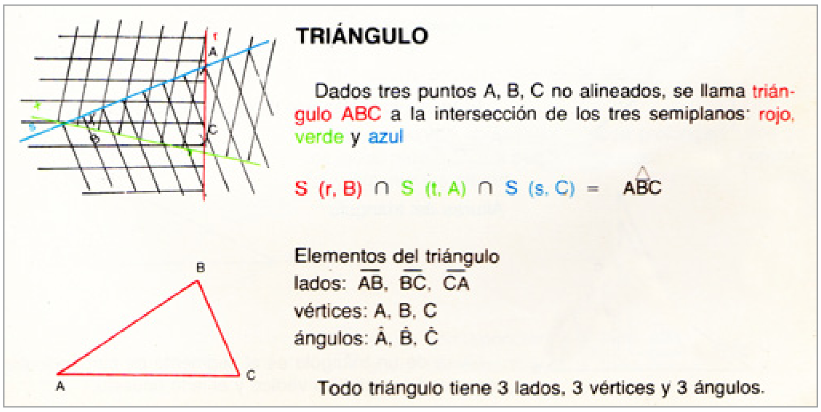
$A \supset B \supset C$ que se lee: "A incluye a B, que incluye a C"

$C \subset B \subset A$ que se lee: "C está incluído en B que está incluído en A"

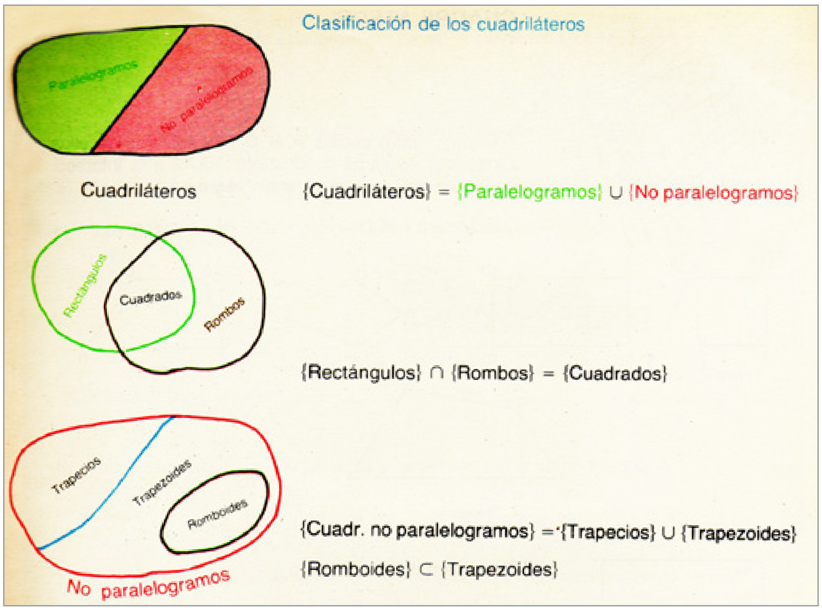
Pida a sus alumnos que piensen y expresen otras relaciones de inclusión semejantes. Ejemplo: paralelogramos, rectángulos y cuadrados, polígonos, hexágonos y hexágonos regulares, etc◆

"Temas de Matemática Moderna. Tercer Nivel", en *La Obra: revista de educación*, Buenos Aires, noviembre de 1971, p. 600.

Dado el impacto que tienen las propuestas editoriales en la conformación de las prácticas de enseñanza, podemos destacar –para seguir este proceso– algunas marcas en los libros de texto: la inclusión de algunas nociones topológicas (interior, exterior, frontera) y de algunos movimientos en el plano; la reformulación de las definiciones y de las clasificaciones en términos de conjuntos, y un progresivo corrimiento hacia una mayor atención a las cuestiones formales que a la vinculación con la realidad del espacio.



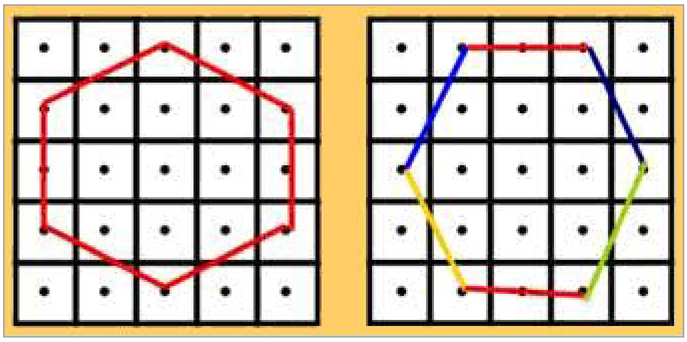
Manual Estrada 6 (1981). Buenos Aires: Estrada, p. 617.



Manual Estrada 6 (1981). Buenos Aires: Estrada, p. 628.

Al respecto, Bressan, Bogisic y Crego (2000) afirman que en los textos y en los programas escolares la interpretación conjuntista de la geometría –con la intención de mostrar la organización interna y formal de la matemática– recargaba de sutilezas simbólicas las propuestas, sin alentar la comprensión de los objetos geométricos ni su utilidad para modelizar situaciones del mundo real.

La pérdida de interés por la geometría euclidiana derivó también en una menor presencia de las construcciones con regla y compás que, paulatinamente, fueron desapareciendo de las aulas. En su reemplazo y asociados a un renovado interés por los recursos didácticos y los materiales concretos, surgieron las varillas y los geoplanos para proporcionar "experiencias geométricas" a los alumnos.



El geoplano fue presentado por Gattegno en la primera publicación conjunta de la Comisión Internacional para la Mejora de la Enseñanza de las Matemáticas en 1961. Esta publicación resulta particularmente significativa, por un lado, porque pone el acento en los recursos; por otro, por la relevancia que tuvieron algunos de sus autores en los cambios en la enseñanza. Este hecho puede advertirse en su índice:

El material para la enseñanza de las Matemáticas

La percepción y la acción como bases del pensamiento matemático. *C. Gattegno*

Concreto-abstracto. *W. Servais*

El objeto y la acción en la enseñanza de la geometría intuitiva. *Emma Castelnuovo*

Intuición matemática y dibujos animados. *J.L. Nicolet*

Los problemas del filme matemático. *T.J. Fletcher*

Las técnicas del dibujo animado matemático. *Lucien Motard*

La enseñanza por el filme matemático. *C. Gattegno*

Los modelos geométricos. *Luigi Campedelli*

Modelos animados para la enseñanza de la geometría. *A. Biguenet*

Métodos de fabricación de modelos y materiales necesarios. *J.W. Peskett*

Modelos preparados y modelos realizados. *Pedro Puig Adam*

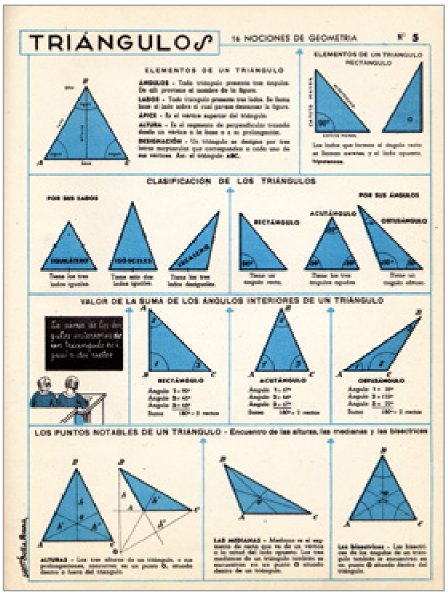
Materiales multivalentes. *C. Gattegno*

Cabe señalar que, ya en 1946, Emma Castelnuovo escribió el artículo "El Método Intuitivo para enseñar Geometría en el Primer Ciclo de Secundaria", que dio origen al libro *Geometría Intuitiva*, publicado tres años más tarde.

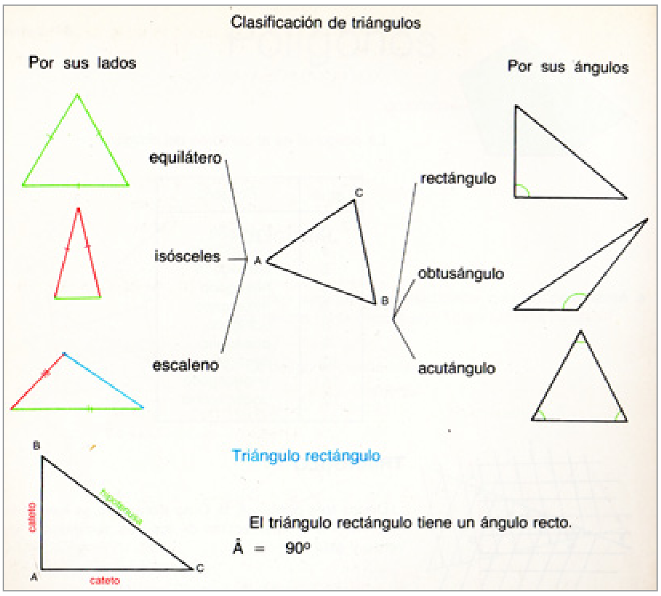
A pesar de declarar un interés por desarrollar el razonamiento en los niños a través del vínculo con las "verdaderas matemáticas", buscando incrementar la capacidad para abstraer relaciones, generalizarlas y formalizarlas, muchos maestros y profesores mantuvieron, como afirma Ávila (2000), la *ostensión* como estrategia de enseñanza y la idea de que los niños aprenden si se les explica bien.

> "Ratsima Rajohn (1977) denominó introducción ostensiva de los objetos de enseñanza a la forma de presentación en la que todos los elementos y relaciones constitutivas de la noción prevista son proporcionados de un solo golpe por el profesor o el libro de texto".
>
> Ávila, 2000: 41.

Como ejemplo de esa permanencia basta observar las siguientes imágenes.



Contratapa de un cuaderno escolar de 1942.



Manual de 6to grado de 1981.

Construir conocimientos espaciales y geométricos

Avanzado el siglo XX, distintos investigadores contribuyeron a problematizar el aprendizaje y la enseñanza de la Geometría.

Entre 1937 y 1950, Piaget desarrolla sus ideas acerca de la representación del espacio. Plantea que el niño elabora su *espacio vivido* a partir de la experimentación con los objetos de su medio y, luego, un *espacio representado*. Asimismo, señala que las construcciones en el espacio vivido y las relaciones espaciales siguen un orden que va de lo topológico a lo métrico, en un tránsito desde el conocimiento experimental, contingente, al conocimiento deductivo, necesario.

Las tesis piagetianas dieron lugar, sin proponérselo, a la adopción de determinados contenidos de enseñanza, como la inclusión de las nociones topológicas en los primeros años de la escuela primaria.

Recomendación de lectura

Si está interesado en estos aportes, puede consultar: Gálvez, G. (1994), "La geometría, la psicogénesis de las nociones espaciales y la enseñanza de la geometría en la escuela elemental", en Parra, C. e I. Saiz, *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Paidós.

En Holanda, a partir de las dificultades para aprender geometría observadas en sus propios alumnos, los esposos Van Hiele[2] diseñaron un modelo que intentaba explicar cómo pensaban los estudiantes. Plantearon cinco "niveles de razonamiento" y propusieron cierta organización de la enseñanza que promoviera el avance de un nivel a otro.

Recomendación de lectura

Para profundizar sobre el modelo de Van Hiele, puede consultar el libro de Bressan, Bogisic y Crego, *Razones para enseñar Geometría en la Educación Básica*, y el libro de Bressan, *El modelo de desarrollo del pensamiento geométrico de Dina y Pierre Van Hiele* (disponible en el sitio del Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática: http://www.gpdmatematica.org.ar/publicaciones/internas_modelovanhiele.pdf)

Continuando los primeros aportes de Castelnuovo en relación con el valor formativo de "construir" en lugar de "describir" y siguiendo, de algún modo, la evolución histórica de estos conocimientos, se recupera el interés por la enseñanza de la geometría y se focaliza la atención en las habilidades de visualización y manipulación de modelos, para avanzar luego en su tratamiento formal.

Una muestra de esta tendencia puede advertirse en algunos títulos de la colección "Matemáticas. Cultura y Aprendizaje", que tuvieron difusión en nuestro país en los años noventa. Entre ellos, el libro de Alsina, Burgués y Fortuny, *Materiales para construir la geometría* (1988), y *Una metodología activa y lúdica de enseñanza de la Geometría elemental* (1989), de varios autores. Ambos fueron publicados en Madrid por la editorial Síntesis.

[2] Su tesis doctoral fue dirigida por Hans Freudenthal en 1957. Hans Freudenthal (1905-1990) fue el fundador de la Educación Matemática Realista, que surgió en los años sesenta como reacción al enfoque mecanicista de la enseñanza de la aritmética y a la aplicación en las aulas de la matemática moderna.

Si bien estas ideas comenzaron a circular en la Argentina desde la reforma curricular de la década de 1990 –y aun antes– y se dictaron muchos cursos de geometría para maestros y profesores, la "novedad" en la capacitación consistió en la necesidad de atender a nuevos tópicos, como la probabilidad y la estadística. La geometría siguió entonces teniendo una escasa presencia en las aulas, excepto en lo referido al tratamenient de las formas, en el primer ciclo, y al cálculo de medidas de figuras, en el segundo.

Mientras tanto, avanzaban las investigaciones en relación con la resolución de problemas como vía de acceso al conocimiento matemático. Al mismo tiempo, particularmente en Francia, se iniciaban nuevos estudios didácticos orientados al tratamiento en clase de problemas puramente geométricos, en los que se trataba de obtener un resultado y de poder asegurar su validez, apoyándose en propiedades conocidas y no en comprobaciones empíricas.

En los años ochenta, Jean-Marie Laborde y Frank Bellemain desarrollaron en Grenoble, Francia, el Cabri-Géomètre. Este programa de geometría dinámica permitía crear, modificar y manipular figuras geométricas usando una computadora, lo que abrió nuevas investigaciones acerca del aprendizaje de la geometría.

Hoy contamos con una variedad de programas de este tipo que, tal como señala Ángel Gutiérrez Rodríguez (s/f), "[...] permite realizar construcciones a partir de objetos elementales (punto, segmento, recta, circunferencia, polígono, etc.) y acciones matemáticas (dibujar una recta perpendicular o paralela, el punto medio, la bisectriz, el objeto simétrico, etc.) y transformar esas construcciones mediante arrastre con el cursor de alguno de los elementos de la construcción, de manera que las propiedades matemáticas usadas para realizar la construcción se mantienen".

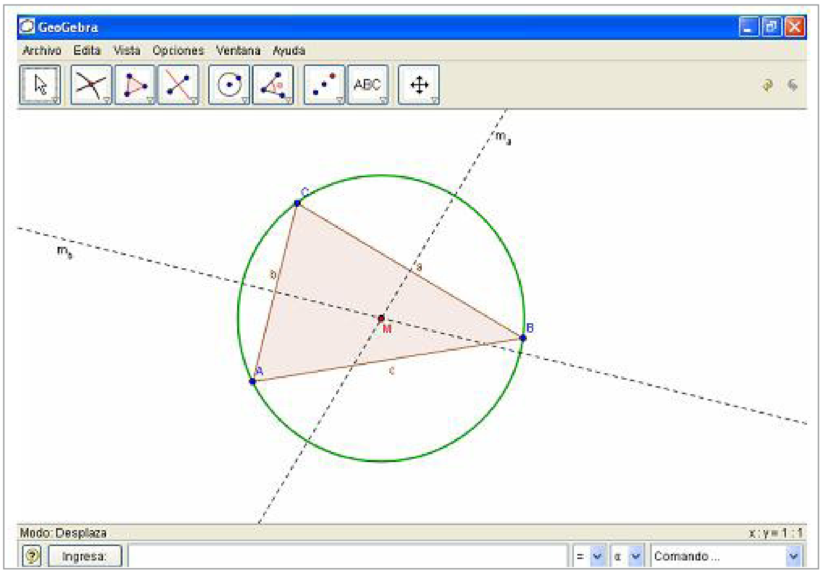


Imagen en pantalla de un dibujo realizado con GeoGebra, programa de uso libre muy similar a Cabri en cuanto a los instrumentos y las posibilidades. Disponible en http://www.geogebra.org.

Gutiérrez Rodríguez (s/f: 14) comenta también que algunos investigadores afirman que el "arrastre en la pantalla" propio de estos programas convence a los alumnos de tal manera, que no parece necesaria otra demostración; otros señalan que su uso puede ser beneficioso para avanzar en el terreno de las demostraciones deductivas.

Recomendación de lectura

En el sitio web Divulgamat: Centro Virtual de Divulgación de las Matemáticas de la Real Sociedad Matemática Española (http://divulgamat.ehu.es/weborriak/recursosinternet/RecInternet/SoftGeometria/SoftGeometria1.asp), puede encontrar un panorama de los distintos programas informáticos para la enseñanza de geometría dinámica, elaborado por Antonio Pérez Sanz.

Si bien en la Clase 15 desarrollaremos con mayor profundidad las tendencias actuales para la enseñanza de la geometría, cabe señalar aquí que esta gran producción en la investigación didáctica no está dialogando aún, de modo suficiente, con las prácticas que se desarrollan en las escuelas.

Por una parte, como ya señalaban Berthelot y Salim hace más de 10 años:

> "[...] una característica esencial de la enseñanza de la geometría en la escuela primaria es subestimar la dificultad de la adquisición de conocimientos espaciales propiamente dichos y dejar al alumno la tarea de establecer las relaciones adecuadas entre el espacio y los conceptos geométricos que se le enseñan, y que se supone le otorgan un dominio sobre ese ámbito de realidad".
>
> Berthelot y Salim, 1994.

Por otra parte, los problemas geométricos requieren la interacción con un medio que no es el espacio físico, sino un espacio conceptualizado, lo que resulta un desafío importante para los alumnos de la escuela primaria.

Actividad obligatoria

Dado que al finalizar este módulo usted tendrá que planificar un encuentro con maestros para abordar la enseñanza de la geometría, le proponemos que realice las siguientes actividades, que le permitirán tener variados recursos disponibles para ese momento.

a. Realice la siguiente encuesta a uno o varios docentes del segundo ciclo. Si tiene oportunidad de hacerlo, puede reunir su información con la de los colegas de su región, para tener una mayor variedad de respuestas.

- ¿Le parece importante la enseñanza de la geometría hoy? ¿Por qué?

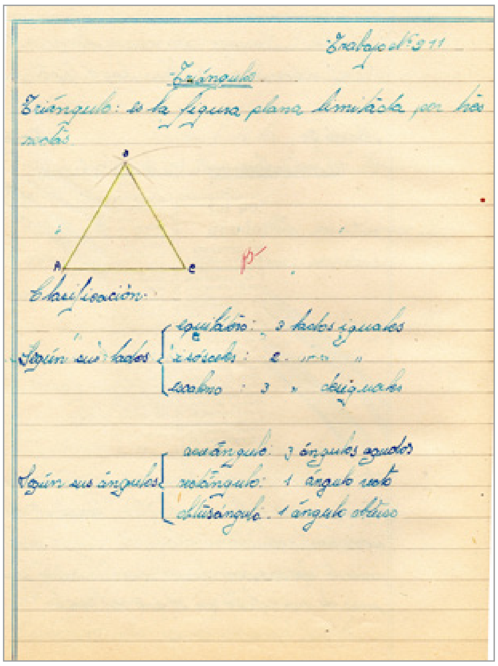
- ¿Qué contenidos prioriza cuando enseña geometría? ¿Qué tiene en cuenta para hacer esa selección?

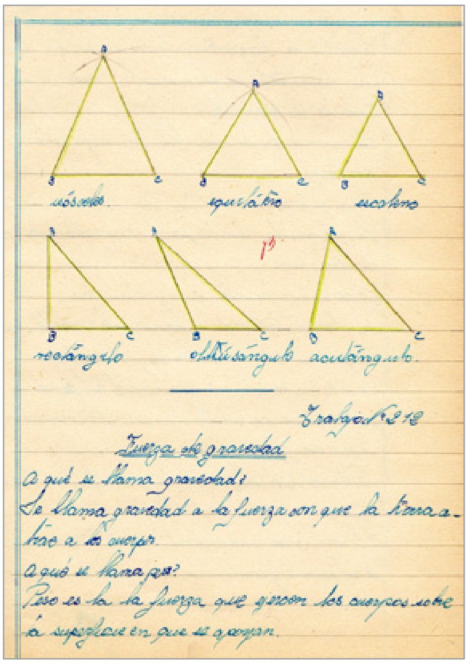
- ¿Qué recursos utiliza en sus clases?

- ¿Encuentra dificultades para trabajar estos temas con sus alumnos? ¿Cuáles?

b. Una actividad que aparece con regularidad tanto en los cuadernos de clase como en los libros de texto de distintas épocas es la de clasificar figuras. Compare las dos propuestas de distintas épocas que adjuntamos a continuación con las actividades de las páginas 137-138 y 150 de *Matemática 5* de la Serie Cuadernos para el aula. Al hacerlo, registre dos diferencias que le resulten significativas y justifique su decisión.

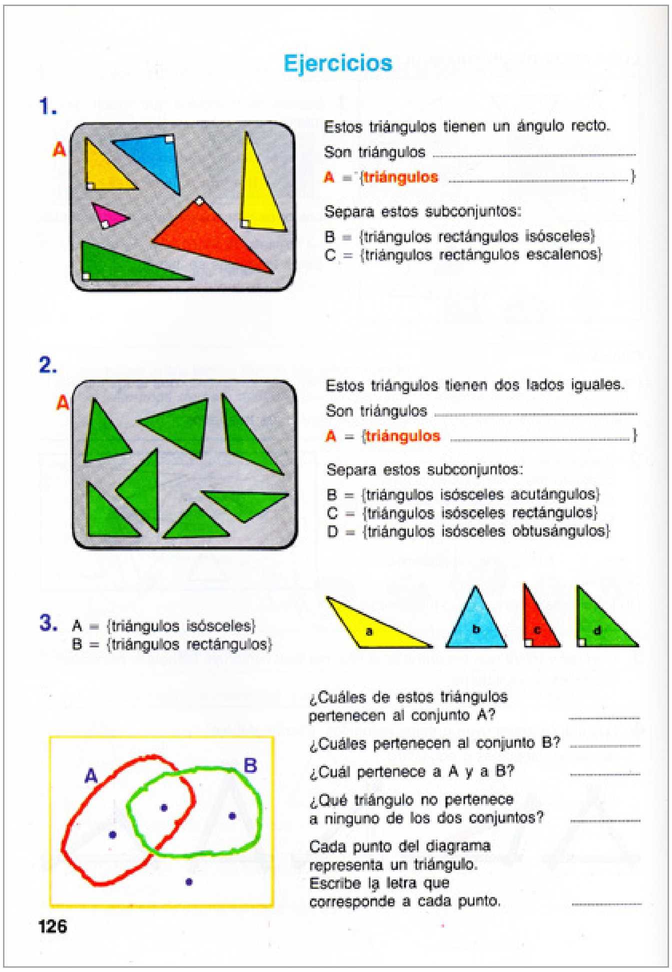
A. *Cuaderno de 5to grado de 1942*





Actividad obligatoria

B. *Libro de texto para 3er grado de 1987*



Ejercicios

1.

A

Estos triángulos tienen un ángulo recto.
Son triángulos ....
A = {triángulos ....}

Separa estos subconjuntos:
B = {triángulos rectángulos isósceles}
C = {triángulos rectángulos escalenos}

2.

A

Estos triángulos tienen dos lados iguales.
Son triángulos ....
A = {triángulos ....}

Separa estos subconjuntos:
B = {triángulos isósceles acutángulos}
C = {triángulos isósceles rectángulos}
D = {triángulos isósceles obtusángulos}

3. A = {triángulos isósceles}
B = {triángulos rectángulos}

a b c d

A B

¿Cuáles de estos triángulos pertenecen al conjunto A? ....
¿Cuáles pertenecen al conjunto B? ....
¿Cuál pertenece a A y a B? ....
¿Qué triángulo no pertenece a ninguno de los dos conjuntos? ....
Cada punto del diagrama representa un triángulo. Escribe la letra que corresponde a cada punto. ....

126

Vázquez de Tapia, N. Tapia, A. y Tapia C. (1987), *Jugando con Matemática 3*. Buenos Aires: Estrada, p. 126.

Referencias bibliográficas

A.A.V.V. (1967), *El material para la enseñanza de las matemáticas*. Madrid: Aguilar.

Ávila, A. (2011), "En matemáticas... ¿qué nos dejaron las reformas de fin del siglo XX?", en *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, Año 6, Nº 9, pp 39-50. Costa Rica.

Berthelot, R. y M. Salim (1994), "La enseñanza de la geometría en la escuela primaria", en *Grand N*, Nº 53, 1993/1994. Traducción: B. Capdevielle; L. Varela; P. Wilson. Para el Programa de Transformación de la Formación Docente. Dirección Nacional de Gestión de Programas y Proyectos. Ministerio de Cultura y Educación.

Bregazzi, V. (1966), *Didáctica especial. Desarrollo del programa de la asignatura correspondiente al 2do año del Ciclo del Magisterio*. Buenos Aires: Librería del Colegio.

Bressan, A., B. Bogisic y K. Crego (2000), *Razones para enseñar Geometría en la Educación Básica*. Buenos Aires: Ediciones Novedades Educativas.

Camargo, R. (1888), "Prólogo", en *Geometría elemental*, Consejo Nacional de Educación, *Monitor de la Educación Común*. Volumen 9, Nº 141 al Nº 160 (1888-1889) pp. 867- 68. Disponible en http://www.bnm.me.gov.ar/ebooks/reader/reader.php?mon=1&vt=n&dir=90019018&num_img=672

Gutiérrez Rodríguez, A. (s/f), *La investigación sobre enseñanza y aprendizaje de la geometría*. Disponible en http://www.altascapacidades.org/uploads/6/3/7/5/6375624/ensenanza_aprendizaje_geometria.pdf

Perspectives en l´Ensenyament de la Geometria pel segle XXI, PMME-UNISON. Febrero. Documento para un estudio ICMI. 2001. Disponible en http://www.euclides.org/menu/articles/article2.htm