Clase virtual Nº 8

Concepciones de los números racionales: sus implicaciones en la enseñanza

Autores: Graciela Chemello, Silvia Chara, Mónica Agrasar y Analía Crippa,
Equipo Áreas Curriculares del Ministerio de Educación

Introducción

En las clases anteriores nos hemos referido a las concepciones de los maestros y la importancia que tiene su identificación en la capacitación para diseñar actividades que permitan el avance en las conceptualizaciones de aquellos. También nos hemos referido a los diferentes significados de las nociones que se estudian en la escuela primaria. En esta clase nos ocuparemos de precisar qué sentido le damos a ambas nociones, la de "concepción" y la de "significado".

Asimismo, veremos qué sentido atribuimos a las nociones de fracción y número decimal en la escuela primaria en relación con la noción de número racional.

Por último, veremos que es posible identificar diferentes significados de las fracciones y los números decimales como objetos de enseñanza apoyados en estudios históricos.

La indagación en los procesos por los cuales los conceptos matemáticos se han formado y desarrollado requiere de un análisis epistemológico que permita identificar diferentes significados. De esta manera, se podrá tomar distancia de su comprensión como objetos únicos, inmodificados en el tiempo y universales en las diferentes culturas, que muchas veces es inducida en los alumnos por la enseñanza usual.

En los dos primeros apartados daremos algunas precisiones y luego veremos qué puede aportar el análisis histórico a la construcción del objeto de enseñaza.

En relación con la capacitación, queremos puntualizar algunas cuestiones sobre la noción de "concepción":

- Esta noción didáctica debería ser objeto de estudio por parte de los capacitadores, por varias razones. En primer lugar, porque es una herramienta para el análisis del saber en juego en una situación. En segundo lugar, para estudiar la articulación de concepciones o significados, y las situaciones de enseñanza para el aprendizaje de una noción matemática. Por último, para la elaboración o modificación de situaciones didácticas. Estudiar esta herramienta como una noción de la Didáctica de la Matemática le permitirá al capacitador ir avanzando tanto en su conocimiento de esta disciplina, como en la identificación de las distintas corrientes de investigación y sus fundamentos epistemológicos.
- Con los maestros, podrá ser utilizada como herramienta de análisis, pero no conceptualizada, al menos en una primera aproximación. Sí es fundamental que ellos adviertan la importancia de considerar

en la enseñanza los diversos significados de un mismo concepto. Esta pluralidad debería ser tenida en cuenta por el maestro en dos momentos: primero, al interpretar las producciones de los alumnos, para establecer la distancia entre los conocimientos que ha intentado transmitir y aquellos efectivamente construidos; segundo, al interpretar el currículum para organizar la enseñanza en el ciclo y seleccionar los problemas para sus alumnos.

Sobre las nociones de concepción y significado

Para reconocer en qué aspectos poner foco en la indagación histórica, comenzaremos por precisar qué entendemos por "concepciones" y por "significado". Hasta aquí, hemos utilizado ambos términos sin precisarlos; ahora nos ocuparemos de ver, a partir de sus usos en la literatura didáctica, las diferencias y los puntos de contacto entre ambos, teniendo en cuenta que diversos autores los han utilizado de maneras distintas.

Lo relevante de considerar la idea de "concepción" es que "pone en evidencia la pluralidad de los puntos de vista posibles sobre un mismo objeto matemático, diferenciando las representaciones y modos de tratamiento que están asociados a ellas, y su adaptación más o menos buena a la resolución de una u otra clase de problemas". (Artigue, 1989: 33).

Cuando Gerard Vergnaud (1982) presenta la idea de concepción, al considerar el aprendizaje de una noción refiriéndose a los sujetos que aprenden, incluye componentes tanto del saber como del saber hacer. Por su parte, Michele Artigue (1984), ampliando la presentación de Vergnaud, expresa:

"Así como distinguimos en un concepto matemático:

- la noción matemática tal como está definida en el contexto del saber científico en una época dada;
- el conjunto de significantes asociados al concepto: representaciones simbólicas e icónicas;
- los instrumentos, útiles, teoremas, técnicas algebraicas específicas del tratamiento de un concepto;

distinguiremos en las concepciones del sujeto estas diversas componentes y en particular:

- la clase de situaciones-problema que dan sentido al concepto para el alumno;
- el conjunto de significantes que él es capaz de asociarle, en particular las imágenes mentales, las expresiones simbólicas;
- las herramientas, útiles, teoremas, algoritmos de los cuales dispone para manipular el concepto".

Artigue, 1984: 36.

En este sentido, tanto Vergnaud como Artigue consideran una "concepción" como un estado cognitivo global, que "da cuenta del estado de los conocimientos de un alumno en relación a un concepto" (Ruiz Higueras, 1998: 36).

Como la concepción global de un sujeto no puede ser observada si se analiza su comportamiento en una única situación, Artigue diferencia esta "concepción global" de la "concepción local", que está ligada al saber que se pone en juego en una situación. En una situación de enseñanza, entonces, es posible analizar una concepción local del sujeto que la resuelve.

Hemos considerado en los NAP y en los *Cuadernos para el Aula* que, en el conjunto de situaciones-problema que dan sentido a un concepto para un alumno –según lo entienden Vergnaud y de Artigue–, es posible considerar grupos de problemas que comparten un mismo "significado".

El significado está asociado al referente de la noción en la situación en la que interviene, lo que incluye muchas veces el modo de representación apropiado para ella. Así, por ejemplo, en "1/4 kilo" la fracción 1/4 se refiere a una medida y puede expresarse con ¼ o con otra unidad: "250 g". En cambio, en "1 varón por cada 4 nenas", la fracción ¼ se refiere a una razón y no sería adecuado expresarlo como 0,25.

Al resolver distintos conjuntos de problemas que comparten el mismo significado de un concepto, los alumnos irán estableciendo relaciones entre ellos y, luego, nuevas relaciones entre los diferentes significados.

El conjunto de significados de los conceptos formará parte de la concepciones globales que los sujetos construyan sobre dichos conceptos. En consecuencia, aunque el "significado" se refiere al objeto de enseñanza y la "concepción global", al concepto tal como lo piensa el alumno, ambas nociones son próximas, en tanto aluden a diferentes puntos de vista sobre los objetos matemáticos.

Durante el proceso de estudio, los alumnos van construyendo diversas concepciones globales sobre las nociones que intervienen en los problemas que resuelven. Y construyen esas concepciones globales a partir de las concepciones locales.

Desde el punto de vista de la enseñanza, Guy Brousseau[1] destaca la estrecha relación entre las concepciones del sujeto y las situaciones de enseñanza:

[1] Higueras (1989) menciona el origen de este aporte en el artículo "Représentations et didactique du sens de la division", en *Didactique et adquisition des connaissances scientifiques. Actes du colloque de Sèvres*. Grenoble: La Pensée Sauvage.

> "Las concepciones de los alumnos son el resultado de un intercambio permanente con las situaciones-problema en las cuales están situados y en el curso de las cuales sus conocimientos anteriores son movilizados para ser modificados, completados o rechazados. [En este sentido,] el alumno construirá progresivamente sus conocimientos pasando por concepciones sucesivas. [...] Un mismo alumno puede utilizar numerosas concepciones ignorando sus relaciones, o bien al contrario, relacionándolas con un objeto más general".
>
> Brousseau, 1988, en Ruiz Higueras, 1998: 37.

Por otra parte, Luisa Ruiz Higueras (1998) señala que se aprecia también otro sentido del término concepción en la descripción que hace Artigue: un punto de vista epistemológico ligado al uso de la noción en la comunidad matemática de producción de conocimientos. Esta idea de concepción epistemológica resulta especialmente interesante al estudiar la génesis histórica, durante la cual se han ido sucediendo, para un mismo concepto, diversos puntos de vista en los sujetos que en cada momento histórico conformaban la comunidad matemática.

Ruiz Higueras considera las concepciones epistemológicas como instrumentos útiles para el análisis de las producciones de los alumnos: "Evidentemente ha de existir una correspondencia entre las concepciones referidas a un objeto matemático, el campo de problemas o situaciones que dan sentido a un concepto y las prácticas explicitadas por los sujetos en el proceso de resolución de los problemas" (Ruiz Higueras, 1998: 50).

Desde de esta perspectiva, la identificación de las concepciones encontradas históricamente nos puede ayudar a interpretar algunas respuestas de los estudiantes y a identificar conjuntos de problemas en los que los conceptos tengan significados diferentes.

Por último, queremos señalar que, al estudiar el sistema de enseñanza, Yves Chevallard advierte que el recorte del saber que se imparte en cada institución (escuela primaria, secundaria, profesorados, facultades) es propio y específico de cada una. Esto ocurre no solo porque los programas van marcando aspectos y problemas diferentes a tratar en la clase, sino también porque son distintas las prácticas matemáticas requeridas a los sujetos. Cabe señalar que el recorte que funciona en cada institución depende de diferentes condicionantes del sistema de enseñanza: los saberes abordados anteriormente (es decir, el "ambiente de nociones" en el que debe insertarse); la necesidad de organizar la enseñanza temporalmente y evaluar a los alumnos de un mismo año en función de saberes y prácticas comunes; entre otros.

Al respecto, Ruiz Higueras plantea:

"Para resaltar la dependencia institucional de los conocimientos construidos por los sujetos y englobar los aspectos no meramente cognitivos, Chevallard elabora un sistema teórico en torno al concepto de 'relación al saber'. [...] En el marco de la relación al saber, distingue dos tipos de relaciones diferentes: relación personal y relación institucional, ya que, según él, la puesta en relación de un individuo y un saber no se realiza más que en el marco de una institución".

Ruiz Higueras, 1998: 47.

Por otra parte, Luisa Ruiz Higueras (1998) señala que se aprecia también otro sentido del término concepción en la descripción que hace Artigue: un punto de vista epistemológico ligado al uso de la noción en la comunidad matemática de producción de conocimientos. Esta idea de concepción epistemológica resulta especialmente interesante al estudiar la génesis histórica, durante la cual se han ido sucediendo, para un mismo concepto, diversos puntos de vista en los sujetos que en cada momento histórico conformaban la comunidad matemática.

Ruiz Higueras considera las concepciones epistemológicas como instrumentos útiles para el análisis de las producciones de los alumnos: "Evidentemente ha de existir una correspondencia entre las concepciones referidas a un objeto matemático, el campo de problemas o situaciones que dan sentido a un concepto y las prácticas explicitadas por los sujetos en el proceso de resolución de los problemas" (Ruiz Higueras, 1998: 50).

Desde de esta perspectiva, la identificación de las concepciones encontradas históricamente nos puede ayudar a interpretar algunas respuestas de los estudiantes y a identificar conjuntos de problemas en los que los conceptos tengan significados diferentes.

Por último, queremos señalar que, al estudiar el sistema de enseñanza, Yves Chevallard[2] advierte que el recorte del saber que se imparte en cada institución (escuela primaria, secundaria, profesorados, facultades) es propio y específico de cada una. Esto ocurre no solo porque los programas van marcando aspectos y problemas diferentes a tratar en la clase, sino también porque son distintas las prácticas matemáticas requeridas a los sujetos. Cabe señalar que el recorte que funciona en cada institución depende de diferentes condicionantes del sistema de enseñanza: los saberes abordados anteriormente (es decir, el "ambiente de nociones" en el que debe insertarse); la necesidad de organizar la enseñanza temporalmente y evaluar a los alumnos de un mismo año en función de saberes y prácticas comunes; entre otros.

[1] Chevallard se refiere a la relación personal y la relación institucional con el saber en la intervención en el *Seminario de didáctica de la matemática e informática*, publicado como "Le concept de rapport au savoir".

Al respecto, Ruiz Higueras plantea:

> "Para resaltar la dependencia institucional de los conocimientos construidos por los sujetos y englobar los aspectos no meramente cognitivos, Chevallard elabora un sistema teórico en torno al concepto de 'relación al saber'. [...] En el marco de la relación al saber, distingue dos tipos de relaciones diferentes: relación personal y relación institucional, ya que, según él, la puesta en relación de un individuo y un saber no se realiza más que en el marco de una institución".
>
> Ruiz Higueras, 1998: 47.

Es interesante observar que, para una misma noción, es posible reconocer diferentes recortes y diferentes conjuntos de prácticas institucionales asociadas al campo de problemas que se resuelven. Estas dan lugar a las diversas "relaciones institucionales al saber" que la noción adquiere en cada una de ellas. Es posible identificar las diferentes "relaciones institucionales" analizado las prácticas matemáticas a las que darían lugar los problemas planteados en los programas y textos escolares de los distintos niveles de enseñanza.

Dado que el recorte del saber designado en cada institución incluye una definición, unos problemas, ciertas representaciones, propiedades y técnicas a estudiar, la noción de "relación institucional al saber" es cercana a la de "concepción epistemológica", si la institución considerada es la escolar o la Matemática.

Desde esta misma perspectiva y centrándose en las prácticas desarrolladas para resolver problemas, se utiliza la noción de "relación personal al saber" para aludir a las prácticas que cada sujeto realiza al emplear ese saber. La "relación personal" es cercana a la "concepción global" y deriva del conjunto –articulado o no– de las diferentes concepciones construidas en las instituciones en las que se desarrollaron las prácticas matemáticas que incluyeron esa noción.

Sobre precisiones y conexiones matemáticas

1. Fracción, número decimal y número racional

Dado que nos interesa centrarnos en la noción de número racional tal como aparece en los NAP para la escuela primaria, como se planteó en la clase anterior, debemos tener en cuenta que en ese nivel se intenta trabajar con fracciones y números decimales. Por eso, conviene diferenciar las ideas de fracción, número decimal y número racional.

La noción de **número racional** se propone como objeto de estudio a partir del séptimo año de escolaridad, lo que corresponde, según la jurisdicción, al último año de la primaria o al primer año de la escuela secundaria. *Se trata de una primera aproximación a esta noción, que se basará en los conocimientos acerca de fracciones y números decimales aprendidos en la escuela primaria, y que requerirá de un largo proceso de aprendizaje que incluya la delimitación de este campo numérico al iniciarse el estudio de la noción de número irracional.*

Revisemos algunas cuestiones conocidas sobre los números racionales que queremos puntualizar.

En principio, interesa señalar a qué necesidad responden los números racionales, desde el punto de vista de la organización disciplinar de los campos numéricos, y qué propiedades los diferencian de otros tipos de números.

Sabemos que siempre es posible hacer sumas y multiplicaciones en el campo de los números naturales, para cualquier par de números que elijamos. Sabemos también que no ocurre lo mismo con la resta y la división.

En el caso de la resta, para que sea posible restar cualquier par de números naturales, es necesario incorporar al conjunto de los naturales el cero y los números negativos. Resulta, entonces, un nuevo conjunto designado *Z*.

En el caso de la división entre números enteros, lo que permite resolverla en todos los casos es la inclusión de los números racionales, con la restricción de que no tiene sentido la división por 0.

El conjunto numérico de los racionales se designa *Q*. Este es un conjunto denso, es decir, siempre es posible encontrar entre dos números racionales otro número racional y, por lo tanto, ningún número racional tiene un siguiente. Esta propiedad diferencia a *Q* de *N*, el conjunto de los números naturales, pues en él todo número tiene un siguiente.

¿A qué denominamos número racional?

En Courant y Robbins (2006: 80) encontramos:

> El cociente ***x* = *b/a*** de dos enteros ***a*** y ***b***, definido por la ecuación ***a . x* = *b***, existe como un entero solo si ***a*** es un factor de ***b***. Si este no es el caso, introducimos un nuevo símbolo ***b/a*** al cual llamamos fracción, sujeto a la regla de que ***a (b/a)* = *a***.

Estos autores también plantean que se elige una unidad arbitraria, derivada de la necesidad de medir. Al contar cuántas veces entra la unidad en la cantidad a medir, puede ocurrir que “no dé un resultado exacto”, con lo que habrá que dividir la unidad original en *n* partes para seguir midiendo. La subunidad se denomina *1/n* y si una cantidad contiene *m* de tales subunidades, su medida se denota con el símbolo *m/n*.

Resulta entonces que todos los números racionales pueden representarse como puntos de la recta numérica, tal como lo expresa Andonegui Zabala (2006): “[...] las fracciones, como los números naturales y hasta los propios números irracionales, se convierten en números-medida de magnitudes comparadas con la unidad. Por consiguiente, todos ellos pueden representarse como puntos de la recta numérica".

¿Cómo se escriben los números racionales?

Los números racionales se escriben con fracciones ***a/b*** (con b distinto de cero), que pueden ser tanto positivas como negativas.

1/2 3/2 4/2 = 2 -1/2

El tercer ejemplo muestra que, en los casos en que el numerador es múltiplo del denominador, el cociente resulta un entero, de modo tal que el conjunto de los enteros está incluido en el de los racionales.

También es posible escribir un número racional como una expresión decimal. Esta expresión puede resultar finita o periódica con infinitas cifras decimales. Por ejemplo:

1/2 = 0,5 -1/3 = -0,3 (periódico)

Otros números, denominados irracionales, tienen una expresión decimal con infinitas cifras, sin que se pueda encontrar un período. Pero no profundizaremos en esto, pues no entra en nuestra discusión.

Entre los números racionales se definen las operaciones de suma, resta, multiplicación y división, cuyas propiedades son las mismas que las de las operaciones con naturales. Por ejemplo, la suma y la multiplicación de racionales son conmutativas y asociativas; mientras que la multiplicación de racionales es distributiva con respecto a la suma y a la resta.

Siempre es posible operar con los números racionales con su expresión fraccionaria, pero solo es posible operar con ellos con su expresión decimal si es finita.

Ahora bien, en la escuela primaria los objetos de enseñanza no son los números racionales, sino las **fracciones** y los **números decimales**.

¿A qué denominamos fracción?

Dado que su origen histórico estuvo ligado a la medida o a la necesidad de continuar una división entre dos números naturales cuando esta no es exacta (es decir, cuando no tiene resto cero), podemos definir una fracción de dos maneras diferentes.

- Como medida:

Si ***a*** es un número natural distinto de cero, una fracción es la medida de la parte que resulta de fraccionar la unidad ***u*** en ***a*** partes iguales.

1/a . u = u/a

- Como cociente entre naturales:

El cociente de dos números naturales ***a*** y ***b*** es un número ***x*** tal que al multiplicarlo por ***a*** da como resultado ***b***.

x = b/a si y solo si ***a . x = b***

¿A qué denominamos número decimal?

Stevin propone otra forma de escribir un tipo particular de fracciones –las fracciones decimales–, y explicita reglas para operar con ellas.

Los números decimales son un subconjunto de los números racionales: aquellos números ***x*** cuyo denominador es múltiplo de 10.

$$x \,.\, 10^n = b$$

En muchos textos se utilizan los términos “fracción” y “número decimal” de una manera diferente a la aquí planteada, y a veces no es posible diferenciar si se alude al objeto matemático o a su representación.

“Número decimal” se usa muchas veces como sinónimo de expresión decimal o de número con coma.

El término “fracción” se usa como sinónimo de número racional, extendiendo la definición aquí planteada –que solo es válida en el nivel primario– también a las fracciones negativas.

Por otra parte, es necesario advertir una diferencia importante entre un número racional y una fracción, pues a cada número racional le corresponde un conjunto de fracciones equivalentes. Así, dividir 1 entre 2 no es lo mismo que dividir 2 entre 4, pero 1/2 y 2/4 son fracciones equivalentes.

2. Razón y número racional

Al mismo tiempo, es posible relacionar los números racionales con las razones. Una razón ***a/b*** es una noción más general que la de número racional. Esto se debe a que se define, por un lado, como la relación entre dos números y, por otro, como el cociente de dos números tales que pertenezcan a cualquier campo numérico. Sin embargo, esa razón será un racional solo si ambos números son enteros.

En su origen, las razones se referían a la relación entre dos magnitudes del mismo tipo y no se concebían como cociente, pero luego se extendió su uso. Cuando se utilizan las razones como modelos matemáticos para resolver diversas situaciones, cada uno de los números puede corresponder a magnitudes del mismo tipo o a magnitudes de distinto tipo (kilómetros y horas, kilogramos y metros cúbicos, etc.) y se concibe la razón ***a/b*** como un cociente entre ambos números.

Por último, cuando se trabaja con magnitudes del mismo tipo, es posible, por ejemplo, comparar dos longitudes ***a*** y ***b*** y tomar una como unidad para medir la otra. De esta manera, se podría considerar, dada la siguiente igualdad:

$3\,a = 2\,b$

que **2/3** es la medida de ***a*** según ***b***

y que **3/2** es la medida de ***b*** según ***a***.

Las preguntas a la historia

Como nos interesa centrarnos en la noción de racional tal como aparece en los NAP para la escuela primaria, nuestro recorrido histórico irá puntualizando aquellos aspectos que aparecen en la formulación curricular. Debemos tener en cuenta que en ese nivel se dan especificaciones sobre el tratamiento de las fracciones y los números decimales. Por eso, para elaborar el *Anexo* de esta clase, "De las fracciones y los números decimales a los números racionales", hemos considerado las distintas representaciones de estos números, las situaciones en las que se han utilizado y las técnicas de cálculo elaboradas para su tratamiento.

Desde el punto de vista didáctico y según plantea Vergnaud, las fracciones y los números decimales forman parte del conjunto de nociones que resuelven los problemas del campo multiplicativo (es decir, aquellos que se resuelven con las operaciones de multiplicación y división). Para seleccionar los problemas para su enseñanza, habrá que considerar los significados que se pautan en los NAP, tanto para el segundo como para el tercer ciclo.

Como se ha indicado en el módulo anterior, los maestros deberían poder resignificar en el espacio de la capacitación todos los conceptos, incluso si algunos de estos no forman parte de sus temas de enseñanza. Es conveniente, entonces, que completen y actualicen sus concepciones tanto sobre las fracciones como sobre los decimales.

Al considerar las fracciones en el contexto de los problemas que estas permiten resolver, la mayor parte de la bibliografía didáctica (ver Block, 2000) coincide en señalar cinco significados: parte-todo, reparto, operador, medida y razón.

Desde la construcción histórica de estos números podemos reconocer, por un lado, algunos significados ligados a la idea de división: parte-todo, reparto, operador y medida; por otro, el significado de razón, ligado a la idea de relación. Veamos cada uno de estos significados y su origen histórico, y algunos ejemplos.

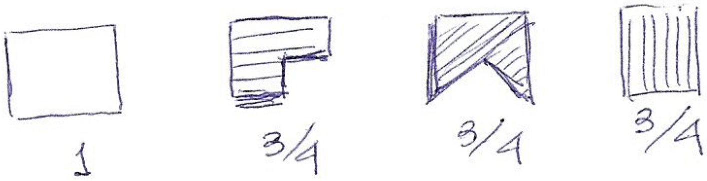
La fracción como parte-todo

En este caso, la fracción está pensada como división de una unidad en ***n*** partes y tomando ***m*** de ellas. La unidad es una cantidad continua que puede representarse gráficamente con figuras de distintas formas: círculos, rectángulos, cuadrados u otras sin denominación específica.

El origen de este uso se dio en Egipto y la Mesopotamia. En esta última, las partes eran 60, o 360 si se volvía a partir en 60 los sexagésimos.

Ejemplos:

El cuadrado es la unidad, marcar 3/4



El cuadrado es 1/3, dibujar la unidad

Actividad obligatoria (parte 1)

Lea el texto "De las fracciones y los números decimales a los números racionales", en la sección Archivos del campus y realice las consignas que siguen.

"De las fracciones y los números decimales a los números racionales"

A. Organice la información en un cuadro, indicando para las distintas épocas:

- las representaciones de las fracciones utilizadas en cada una de las culturas, así como los problemas en las que intervenían;
- las modificaciones en el tipo de fracciones que eran consideradas como tales.

B. Identifique en el texto las razones por las que surgieron los números decimales.

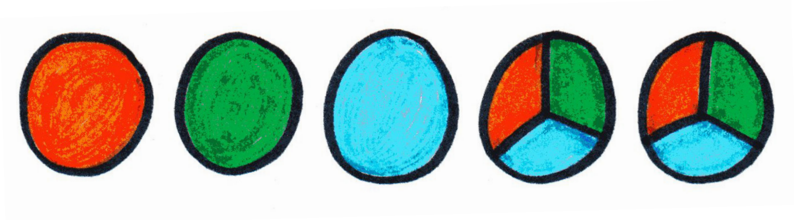
La fracción como reparto

Se trata de dividir una cantidad ***m*** entre ***n*** partes cuando el resto es distinto de 0. Si la cantidad ***m*** es discreta y menor o mayor que ***n***, pero hay que continuar dividiendo el resto, es necesario hacer una partición de las unidades que lo componen.

Este tipo de repartos también se dio en Egipto y la Mesopotamia, con la característica de que cada una de las unidades que componían el resto se dividía en ***n*** partes.

Ejemplos:

5 alfajores entre 3



3 alfajores entre 5

8 kg entre 3

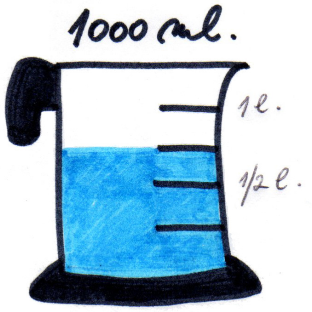
La fracción como operador

Se puede pensar en el operador ***m/n*** como una combinación de dos transformaciones realizadas sobre una cantidad: una división por ***n*** y una multiplicación por ***m***, donde ***m*** y ***n*** son escalares y las dos operaciones pueden ser realizadas en cualquier orden.

En Egipto se interpreta la fracción 2/3 de este modo.

Ejemplos:

Los 3/4 de 1000 mililitros



Los 3/4 de 20 panes

La fracción como medida

Se trata en este caso de comparar dos medidas ***m*** y ***n*** para saber cuántas veces entra ***n*** en ***m***, tomando ***n*** como unidad, o cuántas veces entra ***m*** en ***n***, tomando ***m*** como unidad.

También encontramos medidas expresadas con fracciones en Egipto y la Mesopotamia.

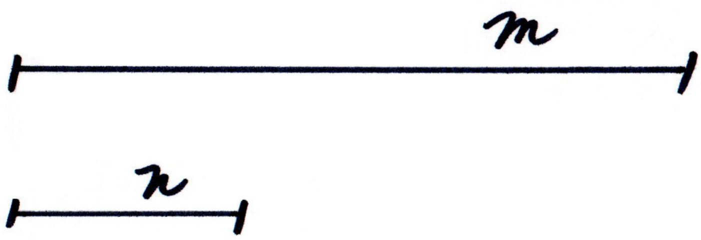
Ejemplo:

*La medida de **m** con **n** como unidad*

$m = 1/3\ n$

*La medida de **n** con **m** como unidad*

$n = 3\ m$

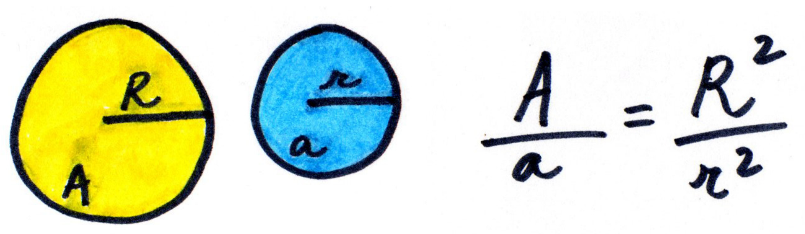


La fracción como razón

Para este caso, la fracción está pensada como parte de una proporción y se vincula con la idea de relación entre dos medidas, que se compara con otra relación entre otras dos medidas.

En Grecia, cada razón de la proporción se establecía entre dos medidas del mismo tipo, pero cada una de las razones podía corresponder a medidas de distinto tipo.

Por ejemplo, la razón entre las áreas de dos círculos es la misma que la razón entre sus radios elevada al cuadrado.



Actividad obligatoria (parte 2)

"De las fracciones y los números decimales a los números racionales"

A. Lea el texto "De las fracciones y los números decimales a los números racionales" e identifique las representaciones utilizadas para las razones, así como los problemas para los que eran utilizadas.

B. Identifique en los problemas del encuentro presencial los significados con los que se exponen las fracciones en los problemas elegidos.

C. Vuelva sobre la actividad de la clase 7 y asocie las respuestas de los docentes con algunos de los significados planteados en esta clase. Justifique su respuesta.

Como hemos visto, los estudios didácticos de la historia han permitido a diversos autores encontrar diferentes significados para las fracciones y los números decimales.

Hemos visto también las razones por las que los maestros deberían poder identificar estos significados.

En la clase 10, advertiremos que la consideración de los diferentes significados de estos números fue uno de los criterios de secuenciación de contenidos tomados en cuenta al momento de plantear los NAP y las razones de dicha secuenciación.

Referencias bibliográficas

ANDONEGUI ZABALA, M. (2006), *Fracciones 1. Concepto y representación. Serie Desarrollo de pensamiento matemático, N° 9*. Caracas: Federación Internacional Fe y Alegría, Unesco.

ARTIGUE, M. (1984), *Contribution a l´etude de la reproductibilité des situations didactique. Divers travaux de mathematiques et de didactique des mathematiques*. These de Doctorat d´Etat. Universite Paris VII.

ARTIGUE, M. (1989), "Epistemología y Didáctica", en *Cahier de Didirem*, 3, IREM, Université Paris-VII.

BLOCK, D. (2000), *Las fracciones y la división en la escuela primaria: análisis didáctico de un vínculo*. México: CINVESTAV.

BLOCK, D. (2007), "El papel de la noción de razón en la construcción de las fracciones en la escuela primaria", en R. Cantoral y otros (eds.) *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de la matemática*. México DF: Reverté Editores.

BROUSSEAU, G. (1982), *Les objets de la didactique des Mathématiques. Actes du 2 Ecole d´ Ete de Didactique des Mathématiques*. IREM de la Universidad de Burdeos: 1-26

COURANT, R. y H. ROBBINS (2006), *¿Qué son las matemáticas?* México DF: Fondo de cultura económica.

RUIZ HIGUERAS, L. (1998), *La noción de función. Análisis epistemológico y didáctico*. Jaén: Universidad de Jaén.

VERGNAUD, G. (1982), *Quelques orientations théóriques et metodologiques des recherches francaises en didactique des mathematiques*. Comunicacion en l´Ecole d´eté de didactique des mathematiques. Université de Grenoble.

VERGNAUD, G. (1982), *Quelques orientations théóriques et metodologiques des recherches francaises en didactique des mathematiques*. Comunicacion en l´Ecole d´eté de didactique des mathematiques. Universite de Grenoble.

VERGNAUD, G. (1990), "La teoría de los campos conceptuales", en: *Recherches en Didáctique des Mathématiques*, 10 (2,3): 133-170.